MA36A-**Variable Compleja y Funciones Especiales**

Profesor: Juan Dávila

Auxiliares: Julio Backhoff y Omar Larré

Clase auxiliar 3

1. Sea f Fréchet-diferenciable en torno a $z_o \in \mathbb{C}$ y tal que preserva la orientación y $\forall v \in \mathbb{R}^2, \|Df(z_o)v\| = \|v\|$. Demuestre que f es holomorfa en z_o.

2. Pruebe que para una sucesión $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$, si $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = M$ (i.e., existe), entonces $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = M$.

   Nota: esta caracterización suele ser más útil para calcular el radio de convergencia de una serie de potencias.

3. Para $\alpha \in \mathbb{C}$ y $k \in \mathbb{N}$ definimos $\binom{\alpha}{k} := \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$ y $\binom{\alpha}{0} := 1$. Demuestre que para $|z| < 1$, se cumple que $(1+z)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} z^k$.

4. Encuentre la expansión en serie de potencias de la rama principal de $\log(1+z)$ en la bola unitaria. Muestre que la serie converge en $|z| = 1$, salvo para $z = -1$.