

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : Constanza Paredes
: Eduardo Zamora

EXAMEN

24 DE NOVIEMBRE DE 2007

1. a) Un pequeño barco tiene una capacidad para transportar pasajeros cuyo peso total no supere los 4400 Kgs. Al barco suben 60 personas y naufraga, muriendo todos los pasajeros. Los restos de 59 de ellos son identificados, encontrándose 40 hombres y 19 mujeres. Se sabe que el peso en Kgs tiene distribución $N(80;4)$ para hombres y $N(60;4)$ para mujeres. Calcule la probabilidad de que el pasajero no identificado sea mujer, si 2 de cada 3 testigos aseguran que el pasajero era mujer.
 - b) Al sumar números, una persona redondea cada número al entero más cercano. Si los errores de redondeo son independientes, calcule la probabilidad de que al sumar 100 números la magnitud del error total sea menor a 2 unidades.
2. a) Considere el siguiente experimento de 2 partes:
 - Se elige un círculo de radio R , centrado en $(0,0)$, donde R es una v.a. con densidad $f_R(z) = e^{-z}$ $z \geq 0$, $f_R(z) = 0$ $z < 0$.
 - Un punto (x,y) es elegido de forma que (x,y) se distribuye uniformemente en el círculo de radio R .

Si $D = \sqrt{x^2 + y^2}$, calcule $\mathbb{E}(D)$.

- b) Sean X, Y variables aleatorias con densidad conjunta:

$$f_{x,y}(x, y) = \begin{cases} ke^{-x} & 0 < x < 1, \\ & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

- 1) Determine el valor de k . ¿Son X e Y independientes?
 - 2) Calcule: $\mathbb{P}(X + Y > 1 | Y < 0,5)$
3. a) En la fábrica de juguetes Otto Gauss, una unidad de control de calidad recibe juguetes a tasa 1 juguete/minuto. La unidad consta de dos operadores, cada

uno de los cuales puede revisar un juguete por vez, demorándose un tiempo exponencial de media $\frac{4}{i}$ $i > 0$ (en minutos), donde i es el número total de juguetes en la unidad. La unidad tiene capacidad para albergar hasta 4 juguetes, incluyendo los que están siendo revisados. Los juguetes que no entran son enviados a otras unidades de revisión. Confeccione el diagrama de estados del sistema, encuentre las probabilidades estacionarias y calcule el tiempo total que demora un objeto en la unidad.

- b) La sala de atención a clientes de esta la fábrica es atendida por una vendedora, y dispone de tres sillas para recibir a los pequeños compradores que desean ver juguetes (una de atención y dos de espera). A la sala llegan grupos de niños a tasa 12 (grupos/hora). Un grupo que llega constará de 1 niño con probabilidad $\frac{1}{2}$, de dos niños con probabilidad $\frac{1}{4}$ o de 3 niños con probabilidad $\frac{1}{4}$. Los grupos de niños son solidarios y sólo entran a la sala si todos los integrantes del grupo pueden sentarse. La vendedora atiende a un niño por vez, demorando un tiempo exponencial de media 3 minutos. Cuando un niño termina de ser atendido, esperará al resto de su grupo jugando en un jardín fuera de la sala. Modele el sistema realizando el diagrama y planteando las ecuaciones de balance. Suponiendo que conoce las probabilidades estacionarias π_i $i = 0, \dots, 3$, dé la expresión para el tiempo promedio de espera (en sillas de espera) de un niño.