Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : Constanza Paredes
: Eduardo Zamora

CLASE AUXILIAR

23 DE OCTUBRE DE 2007

1. El dispositivo eléctrico B recibe señales y las transforma a código binario (0 o 1). Las señales son enviadas por la componente eléctrica A, que envía señales en código binario, las cuales se distorsionan con ruido en su trayecto, de forma que si la señal enviada por A es un 0, B recibirá una señal que es una v.a. $X_1 \rightarrow \mathbb{N}(0, \sigma_1^2)$, y si la señal enviada por A es un 1, B recibirá una señal que es una v.a. $X_2 \rightarrow \mathbb{N}(1, \sigma_2^2)$. Para determinar si la señal recibida es un 0 o un 1, el dispositivo en B decide que todas las señales menores que una cierta constante C son 0 y las otras son 1. Se le pide determinar C que minimice el error de interpretación en B.
2. Durante el horario de almuerzo, llegan a comprar a la cafetería de la facultad personas según un proceso de Poisson de tasa 2 personas por minuto.
 - a) Si entre las 1:30 y las 1:40 llegaron 30 personas, calcule la probabilidad de que al menos 20 de ellas hayan llegado en los primeros 5 minutos.
 - b) Calcule la probabilidad de que durante el almuerzo lleguen a lo más 110 personas a comprar a la cafetería.
 - c) Suponga que cada persona que llega a la cafetería tiene una probabilidad 0,4 de comprar un café, 0,2 de comprar un café y el almuerzo y 0,4 de comprar sólo almuerzo. La cafetería demora 30 segundos en el café, 75 segundos en entregar el almuerzo y 1,5 minutos en entregar el café con el almuerzo. Suponga que la cola es infinita y que todos esperan hasta ser atendidos. Calcule hasta que hora, en promedio, deberá estar la cafetería atendiendo a los clientes del almuerzo (Se supone que cuando termina el almuerzo dejan de llegar clientes).
3. “Proceso de Poisson filtrado”

En una marcha por la Alameda transitan “estudiantes” según un proceso de Poisson de tasa λ . Se sabe que una persona que participa de la marcha es infiltrado con probabilidad p. Los Carabineros detectan a los infiltrados, invitándolos a subir a su bus, antes de que lleguen al Ministerio. Si Y_t denota el número de personas (infiltrados) que amablemente suben al bus de Carabineros, en el intervalo $[0, t]$, determine las ecuaciones diferenciales para Y_t y encuentre su solución (suponga que el bus de Carabineros tiene capacidad infinita y que ningún infiltrado rechaza la invitación a subir a tan cómodo medio de transporte). Repita el razonamiento anterior e indique a qué proceso corresponde X_t : número de personas que

pasan por el Ministerio.

4. Considere una peluquería en la cual trabajan dos personas, un peluquero y su ayudante. El peluquero posee una única silla en la cual corta el pelo según una exponencial de media 10 minutos, mientras que su ayudante lava el pelo, en otra silla, según una exponencial de media 4 minutos. Los clientes llegan según un proceso de Poisson de tasa $\lambda_c = 6$ [$\frac{\text{clientes}}{\text{hora}}$]. Los clientes se lavan el pelo antes de cortárselo con probabilidad p , y pasan directamente a cortárselo con probabilidad $(1 - p)$. Si un cliente llega y encuentra ocupada la silla correspondiente (lavado o corte) se marcha del local. Los clientes que se lavan el pelo deberán esperar a que la silla del peluquero se encuentre desocupada para dejar la silla en la cual se encuentran.

Modele el sistema y plantee las ecuaciones de balance. En base a las probabilidades estacionarias, determine el número esperado de clientes en el local en cualquier instante.