Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra	:	Fernando Lema
Profesores Auxiliares	:	Constanza Paredes
	:	Eduardo Zamora

CONTROL 1

27 de Agosto de 2007

INDICACIONES GENERALES

- Conteste todos los problemas en hojas separadas.
- En cada problema, defina claramente los eventos y la notación que utilizará.
- El uso del formulario es personal, y sólo se permiten formularios oficiales.
- No se permite el uso de calculadoras ni teléfonos celulares. Estos últimos deben permanecer en silencio, y de preferencia apagados durante la prueba.

PROBLEMAS

1. Debe elegir entre la parte a) o la parte b) de este problema.

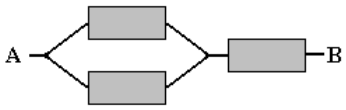
   a) Suponga $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ es una partición de Ω, y $B \subseteq \Omega$ tal que $\mathbb{P}(B) > 0$. Muestre que si $\mathbb{P}(A_1|B) < \mathbb{P}(A_1)$ entonces $\exists i \in \{2....n\}$ tal que $\mathbb{P}(A_i|B) > \mathbb{P}(A_i)$.

   b) Sea $\{B_1, B_2, ..., B_n\}$ una familia de eventos mutuamente excluyentes, tales que $\mathbb{P}(B_i) > 0 \ \forall i \in \{1, 2...n\}$. Sea A un evento que cumple que $\mathbb{P}(A|B_i) = p$ $\forall i \in \{1, 2...n\}$ y B el evento tal que $B = \bigcup_{i=1}^{n} (B_i)$. Pruebe que $\mathbb{P}(A|B) = p$.

   c) Considere el circuito eléctrico de la figura, en el cual todas las componentes son idénticas e independientes, y tales que su duración (en horas) es una variable aleatoria con la siguiente función de distribución de probabilidades:

$$f(x) = \begin{cases} kx^{-4} & \text{si } x > 100 \\ 0 & \text{si } x \leq 100 \end{cases}$$

   Calcule la probabilidad de que haya flujo desde A hasta B por más de 200 horas.



Circuito

2. Suponga que el juego de dados del casino se juega con dados de 4 caras, y tiene las siguientes reglas:

   - Usted lanza indefinidas veces un par de dados, hasta que gana o pierde, dependiendo de la suma de los dados.
   - En el primer lanzamiento usted gana si obtiene 3 o 7, y pierde si obtiene 2,5 u 8. Si usted obtiene un número B= 4 o 6, éste se convierte en su número base.
   - Para cualquier otro lanzamiento, usted gana si obtiene su número base y pierde si obtiene 3 o 7.

   a) Calcule la probabilidad de no perder en el primer lanzamiento.

   b) Si usted ganó en el segundo lanzamiento, calcule la probabilidad de que su número base haya sido el 6.

   c) Calcule la probabilidad de ganar en este juego.

3. La canasta se juega repartiendo dos masos ingleses de 52 cartas (sin comodines), 11 cartas por jugador. Se dice que usted obtiene una canasta si tiene siete cartas del mismo número. Los números dos actúan como comodines, y para una canasta se aceptan hasta 3 comodines. Se llama canasta limpia cuando no tiene comodines. Una canasta de números dos también es aceptada.

   a) Indique un espacio muestral apropiado para el experimento de repartir las cartas a un jugador.

   b) Calcule la probabilidad de que un jugador obtenga una canasta limpia cuando se reparten las cartas.

   c) Calcule la probabilidad de que un jugador obtenga una canasta cuando se reparten las cartas.

4. Considere los números de n dígitos (donde los dígitos pueden ser 0,1,...,9). De todos los números posibles se extrae uno al azar. Calcule:

   a) Indique un espacio muestral apropiado para el experimento.
   b) La probabilidad de sacar un número que no contenga dos dígitos (consecutivos) iguales.
   c) La probabilidad de obtener un número con exactamente i ceros, para $0 \leq i \leq n$.