

## Clase Auxiliar N°5

Profesor: Iván Rappaport

Auxiliar: Sofia Moroni

1. Dos bolas son elegidas al azar de una urna que contiene 8 bolas blancas, 4 negras y 2 amarillas. Suponga que se gana \$2 por cada bola negra que se saca y que se pierde \$ 1 por cada bola blanca. Denotemos las ganancias por  $X$ . ¿Cuales son los posibles valores que puede tomar  $X$  y sus respectivas probabilidades?
2. Hay 4 buses que tienen en total 148 estudiantes. Los buses llevan 40, 33, 25 y 50 estudiantes respectivamente. Uno de los estudiantes es elegido al azar. Sea  $X$  el número de estudiantes que estaban en el bus que llevaba el estudiante elegido al azar. Uno de los 4 conductores también es elegido al azar. Sea  $Y$  el número de estudiantes en el bus que corresponde al conductor elegido.
  - a) ¿Qué piensa que es mayor  $\mathbb{E}(X)$  y  $\mathbb{E}(Y)$ ? ¿Por qué?
  - b) Calcule  $\mathbb{E}(X)$  y  $\mathbb{E}(Y)$ .
3. Una persona tiene dos cajas de fósforos con  $N$  fósforos cada una. Cuando quiere prender un cigarro, selecciona una de las dos cajas y saca un fósforo.
  - a) En algún momento antes de  $2N$  extracciones, una de las dos cajas se vacía primero. Considere la variable  $X$  como el número de fósforos que hay en la caja que todavía tiene fósforos justo cuando la otra caja se vacía. Calcule la distribución de  $X$ .
  - b) Muestre que la probabilidad de que  $X$  valga uno o dos es igual y que además esto es lo más probable.
4. Sean  $X, Y$  variables aleatorias independientes ambas con distribución geométrica con parámetro  $p \in [0, 1]$ <sup>1</sup>
  - a) Se define  $U = \min\{X, Y\}$  y  $V = X - Y$ . Encuentre las distribuciones de  $U$  y  $V$ .
  - b) Calcule  $\mathbb{E}(U)$ ,  $\mathbb{E}(V)$  y  $\mathbb{E}(U \cdot V)$

---

<sup>1</sup>Una variable geométrica de parámetro  $p$  consiste en ver el número de lanzamientos independientes antes de obtener el primer éxito, con probabilidad de éxito  $p$ .