

Clase Auxiliar N°3

Profesor: Iván Rappaport

Auxiliar: Sofía Moroni

1. Un grupo de personas se presenta a un concurso en el cual, cada uno se pone un gorro al azar de color blanco o negro, de manera que sólo puede ver el color del gorro de sus compañeros. Cada concursante debe adivinar el color del gorro que tiene puesto y puede dar tres respuestas: blanco, negro o paso. El grupo gana si alguno de ellos adivina el color de su gorro y nadie se equivoca (pasar no es equivocarse). Vamos a comparar dos estrategias distintas para los concursantes.
 - a) Los concursantes deciden que el primero de ellos responderá negro y los demás pasarán. Calcule la probabilidad que el equipo gane con esta estrategia.
 - b) Los concursantes ahora deciden que cada uno actuará de la manera siguiente: si el concursante ve que los dos gorros de sus compañeros son del mismo color dirá el color contrario, y pasará si los gorros de sus compañeros tienen distintos colores. Calcule la probabilidad de ganar con esta estrategia.
2. Hay $N+1$ urnas U_1, U_2, \dots, U_N con N bolas cada una. La urna U_i tendrá i bolas blancas y $N-i$ bolas negras. Si se elige una urna al azar y de ella se extraen n bolas con reemplazamiento. Entre ellas encontramos v bolas blancas y $n-v$ bolas negras. Hallar la probabilidad a posteriori que hayamos elegido la urna U_i
3. Se tiene un circuito eléctrico (figura en pizarra). Cada interruptor tiene probabilidad $2/3$ de estar encendido de forma independiente. Se pide entonces,
 - a) Dar un espacio muestral que represente el experimento
 - b) Calcular la probabilidad de que por el circuito pase corriente
 - c) Dado que el circuito está funcionando calcular la probabilidad de que los circuitos 1 y 2 estén abiertos.
4. Se sabe que hay unos malhechores que se encuentran ya sea en la región 1 o en la región 2 con igual probabilidad y que se comunican con sus secuaces diariamente. La policía puede interceptar la comunicación con probabilidad $p_1 = \frac{1}{2}$ si los malhechores se encuentran en la región 1 y con probabilidad $p_2 = \frac{1}{4}$ si se encuentran en la región 2, pero no puede saber de qué región provienen los mensajes. Asuma que el éxito o fracaso del rastreo dado que los malhechores se encuentran en una región en particular es independiente día a día.

- a) Calcule la probabilidad de que los malhechores se encuentren en la región $i \in \{1, 2\}$ si se intercepta la comunicación el primer día.
- b) Calcule la probabilidad de que si la primera interceptación es el n -ésimo día entonces los malhechores estén en la i -ésima región. Evalúe para $n=2$ y $n=3$ y comente.
- c) Para distraer a la policía los malhechores deciden (cada noche) si se mueven a la otra región. Asuma que la decisión de moverse es independiente noche a noche. Si están en la región $i \in \{1, 2\}$ la probabilidad de que ese cambien de región es q_i con $q_1 = 1/2$ y $q_2 = 1/4$. Calcule la probabilidad de que ellos malhechores se encuentren en la región $i \in \{1, 2\}$ al comienzo del tercer día.