

# Clase Auxiliar N°7

Profesor: Iván Rapaport

Auxiliar: Sofia Moroni

## Problemas

1. Sea  $X$  una variable aleatoria normal de parámetros  $(\mu, \sigma^2)$ . Encuentre la densidad de  $Y = e^X$ .
2. Se elige un punto  $P$  aleatoriamente en el perímetro de un círculo de radio  $r$ . Encuentre el valor medio (esperanza) de la distancia  $AP$  entre  $P$  y un punto dado  $A$  del perímetro.
3. Sea  $X$  una variable aleatoria uniforme en el intervalo  $[0, 1]$ . Dado  $r \in [0, \frac{1}{2}]$  fijo, sea  $Y$  la variable aleatoria definida como el largo del intervalo que contiene a  $r$  entre  $[0, X]$  y  $[X, 1]$ 
  - a) Calcule la distribución de  $Y$ , muestre que es absolutamente continua y calcule su densidad.
  - b) Calcule  $\mathbb{E}(Y)$  y  $V(Y)$ .
4. Sea una variable aleatoria  $X$  de distribución Cauchy, es decir con función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Demuestre que dicha distribución no tiene esperanza definida. (Indicación: Analice la convergencia de la integral en valores de  $x$  positivos y negativos).

### Recuerdo

- Una variable aleatoria  $X$  será **continua** si existe  $f : (-\infty, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$  tal que para cualquier conjunto  $B \subset \mathbb{R}$

$$\mathbb{P}\{X \in B\} = \int_B f(x)dx$$

$f$  será la **función de densidad de probabilidad** de  $X$ .

- $F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du$  será la **función de densidad acumulada o función de distribución** de  $X$ .
- Se dirá que  $X$  es **absolutamente continua** si  $F$  es continua.
- La densidad de una normal  $(\mu, \sigma^2)$  es  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$