

## MA31A – Enunciado Clase Auxiliar

Profesor: Marcos Kiwi  
Auxiliar: Roberto Cortez

11 de octubre de 2007

- P1. (a) Encuentre un polinomio de grado 4 a coeficientes en  $\mathbb{Q}$  que tenga a  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  como raíz.  
(b) Calcule el grado de  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  sobre  $\mathbb{Q}$ .  
(c) Calcule el grado de  $\sqrt{2}\sqrt{3}$  sobre  $\mathbb{Q}$ .
- P2. Sea  $p$  un primo y considere el cuerpo  $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_p$ .  
(a) Pruebe que existe un polinomio irreducible de grado 2 a coeficientes en  $\mathbb{F}$ .  
(b) Use este polinomio para construir un cuerpo con  $p^2$  elementos.  
(c) Pruebe que dos polinomios cualquiera irreducibles de grado 2 sobre  $\mathbb{F}$  generan de esta manera dos cuerpos isomorfos con  $p^2$  elementos.
- P3. Sea  $p$  un primo. Pruebe que el cuerpo de descomposición sobre  $\mathbb{Q}$  del polinomio  $x^p - 1$  es de grado  $p - 1$ .