Clase Auxiliar MA26B
Matemáticas Aplicadas

Profesor: Felipe Álvarez
Auxiliares: Germán Ibarra- Felipe Serrano- Emilio Vilches

5 de noviembre de 2007

Problema 1.-

1. Calcule la Serie de Fourier de $f(x) = x^2$ en $[-1,1]$
2. Demuestre que
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$
3. Calcule
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$
4. Derive la serie obtenida en (1) término a término y muestre que no converge a $f\prime$.

Problema 2.- Resuelva la Ecuación de Helmholtz:

$$\begin{cases} \Delta u + u = 0 & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2 \\ u(x,2) = x(1-x) & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2 \\ u(x,0) = u(0,y) = u(1,y) = 0 \end{cases}$$

Problema 3.- Calcule la serie de Fourier de
$$f(x) = 1$$
en $[-1,1]$.

Problema 4.- Resuelva la ecuación
$$\begin{cases} x\prime\prime + x = t \\ x(0) = x(1) = 0 \end{cases}$$

Hint: Desarrolle en serie de Fourier t y después suponga que x posee serie de fourier.

Problema 5.- **Ondas en una Barra** [Control 3 FI21B, Prof. F. Barra, Primavera 2006].

Una barra de largo L, se encuentra sujeta en sus extremos por dos paredes que la mantienen fija, la ecuación que cumple la barra es:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\sigma^4 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$
$$y(0,t) = y(L,t) = 0$$
$$\frac{\partial y(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial y(L,t)}{\partial x} = 0$$

donde $y(x,t)$ es la amplitud de la barra en la posición x al tiempo t. Encuentre los modos propios de oscilación de la barra.

Hint: Es conveniente usar funciones trigonométricas e hiperbólicas en lugar de exponenciales.