Ejercicio 1. **MA26B Matemáticas Aplicadas**. Semestre 2007-2
Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Omar Larre, Victor Riquelme.

Ejercicio 1

P1. (a) Sea $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ una función holomorfa para la cual existen constantes $a, b, c \in I\!R$ no nulas tales que $a\,u(x,y) + b\,v(x,y) = c$. Probar que f es constante.

(b) Desarrolle las siguientes funciones en series de potencias de z y calcule su radio de convergencia

(i) $\operatorname{sen}^2 z$ (ii) $\int_0^z e^{w^2} dw$ (iii) $\int_0^z \frac{\operatorname{sen} w}{w} dw$ $(\operatorname{sen} 0/0 = 1)$

P2. (a) Para Γ el círculo unitario en el plano complejo recorrido en sentido antihorario demostrar las siguientes identidades:

(i) $\left|\int_\Gamma \frac{\operatorname{sen} z}{z^2} dz\right| \leq 2\pi e$ (ii) $\int_\Gamma \frac{1}{z}\left(z + \frac{1}{z}\right)^{2n} dz = 2\pi i \begin{pmatrix} 2n \\ n \end{pmatrix}$ (iii) $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^{2n}\theta d\theta = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}$

Indicación: Demuestre la parte (iii) a partir de (ii).

(b) Calcule la integral $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\operatorname{sen}(2x)}{(x-4)(x^2+3)} dx$.