Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Pauta ejercicio-MA26B: Matemáticas Aplicadas 2007-02

Profesor: Héctor Ramírez
Profesores Auxiliares: Omar Larré, Victor Riquelme

1. (a) Notacion: $u_x := \frac{\partial u}{\partial x}$
De las condiciones de C-R se tiene que $u_x = v_y$ y que $u_y = -v_x$. Además $au(x,y)+bv(x,y) = c$ implica que

$$au_x + bv_x = 0 = au_y + bv_y$$

y de aqui

$$au_x - bu_y = 0 = au_y + bu_x$$

de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como la matriz tiene determinante $a^2 + b^2 > 0$, entonces $u_x = u_y = 0$. Por C-R, $v_x = v_y = 0$. Es decir $\nabla u \equiv 0 \equiv \nabla v$, luego f es constante.

(b) i. $\sin^2 z = \frac{1-\cos(2z)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2z)^{2k}}{(2k)!} = \frac{1}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}(2z)^{2k}}{2(2k)!}$ con radio de convergencia ∞.
$\left(\cos z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k}}{(2k)!} \text{ con radio de convergencia } \infty\right)$

ii. $\int_0^z e^{\omega^2} d\omega = \int_0^z \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\omega^{2k}}{k!} d\omega = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^z \frac{\omega^{2k}}{k!} d\omega = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)k!}$ con radio de convergencia ∞.
$\left(e^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} \text{ con radio de convergencia } \infty\right)$

iii. $\int_0^z \frac{sen\omega}{\omega} d\omega = \int_0^z \frac{1}{\omega} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \omega^{2k+1}}{(2k+1)!} d\omega = \int_0^z \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \omega^{2k}}{(2k+1)!} d\omega = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^z \frac{(-1)^k \omega^{2k}}{(2k+1)!} d\omega = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{(2k+1)(2k+1)!}$ con radio de convergencia ∞.
$\left(\sin z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{(2k+1)!} \text{ con radio de convergencia } \infty\right)$