

MA22A Cálculo en Varias Variables. Semestre 2007-2

Profesor: Marcelo Leseigneur    Auxiliar: Miguel Concha.

### Ejercicio #3

28 de Septiembre del 2007

**Problema 1.** Sean  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  funciones diferenciables.

Se define la función:

$$f(x, y) = x^2 g\left(\frac{x}{y}\right) + xyh\left(\frac{x}{x+y}, \frac{x^2}{y^2}\right)$$

Demuestre que:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 2f$$

**Problema 2.** Pruebe que la función  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $F(u, v) = f(uv, \frac{u^2-v^2}{2})$  donde  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  es una función diferenciable, verifica la siguiente igualdad:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)^2 = (u^2 + v^2) \left( \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \right)$$

Indique donde están evaluadas las derivadas parciales.

**Tiempo: 45 minutos**