P4, semana 9. Sea β la base canónica de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, y $Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Recordemos que, para calcular la mencionada matriz representante de la transformación id, debemos tomar cada elemento $b \in \beta'$ y escribir $id(b)$ en términos de la base β. Con esto tenemos los coeficientes de las respectivas columnas de Q. Entonces, si $\beta' = \{b_1, b_2, b_3\}$ tenemos que

$$\begin{aligned} id(b_1) &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot x + 1 \cdot x^2 \\ id(b_2) &= 1 \cdot 1 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 \\ id(b_3) &= 3 \cdot 1 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2 \end{aligned}$$

es decir, $b_1(x) = x + x^2$, $b_2(x) = 1$, $b_3(x) = 3 + x^2$.

(b) Usando una notación más explicativa, tenemos que $A = M_{\beta \to \mathcal{C}}(T)$, donde $\mathcal{C}$ es la base canónica de $\mathbb{R}^3$. Queremos encontrar $M_{\beta' \to \mathcal{C}}(T)$. Pero esto es fácil, pues escribiendo $T = T \circ id$ obtenemos que

$$M_{\beta' \to \mathcal{C}}(T) = M_{\beta \to \mathcal{C}}(T) M_{\beta' \to \beta}(id) = AQ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

DVD