

Auxiliar N°11: MA1A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Miguel Carrasco

Auxiliar: Germán Ibarra

06 de Noviembre de 2007

Problema 1.- Sea $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{1+x^2}$$

Probar que las áreas A y B son finitas e iguales

Hint: Use el cambio de variables $y = \frac{1}{x}$

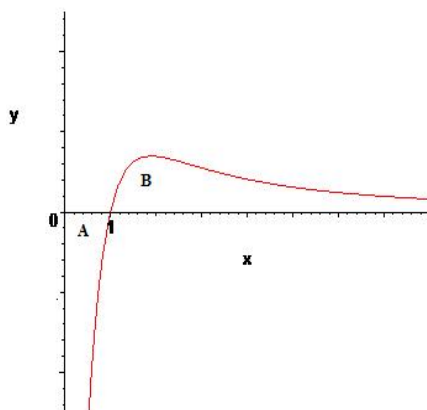


Figura 1: Funcion $f(x) = \frac{\ln(x)}{1+x^2}$

Problema 2.- (*Capeando la Navidad*)

Como se aproxima Diciembre y con ello la Navidad, su mama le pide que ponga el arbolito de pascua. Usted como esta mega saturado con exámenes y controles en esa fecha, decide estafar a un compañero suyo, que no sabe tanto de Cálculo como usted.

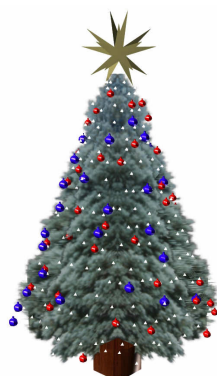


Figura 2: Arbol de Pascua

Para ello usted le ofrece a su amigo \$10000 si pone los adornos por usted, con una pequeña particularidad. Las luces deben ir colocadas desde la base a la punta siguiendo la relación:

$$z(\theta) = e^{-\theta}$$

Si su amigo deja a medio hacer el arbol, usted no le pagara nada. Para convencer a su amigo proceda de la siguiente forma:

- (a) Considere que su arbol de Pascua es un Cono de ecuacion $x^2 + y^2 = z^2$ (a la inversa) y parametrize la forma en que deben ir puestas las luces
- (b) Demuestrele a su amigo que con 3 metros de luces tiene de sobra para rodear por completo el arbol
- (c) ¿Por qué estaria estafando a su amigo?

Problema 3.- (*Trompeta de Torricelli*)

Se define la Trompeta de Torricelli como la revolucion en torno al eje OX de la funcion $f(x) = \frac{1}{x}$, considerando $x \in [1, \infty)$ (Resultando algo asi como las Trompetas que llevan los hinchas al estadio).

- (i) Calcule el Volumen de la Trompeta.
- (ii) Calcule el Area de la Trompeta.
- (iii) ¿Que puede decir sobre los valores anteriores? ¿Ve alguna contradicción en los resultados?

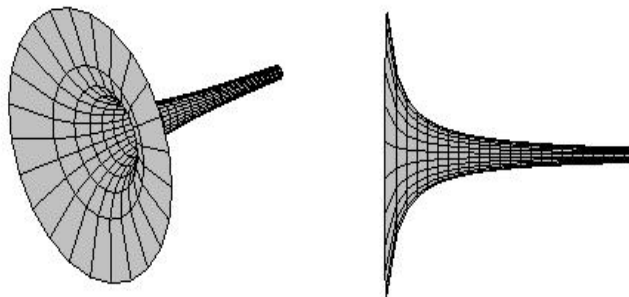


Figura 3: Trompeta de Torricelli