

Auxiliar N°10: MA1A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Miguel Carrasco
Auxiliar: Germán Ibarra

23 de Octubre de 2007
(Mañana: Soda Stereo!)

Problema 1.- (*Lemniscata*) Parametrizar la curva plana cuyos puntos satisfacen lo siguiente: el producto de las distancias a dos focos en la abscisa $(A, 0)$ y $(-A, 0)$ es constante e igual a A^2

Pregunta 2.- La Cicloide se define como el lugar geometrico descrito por un punto solidario a una rueda (de radio R) que gira sin resbalar.

- (i) Encontrar la parametrización para el caso general en que el radio de la circunferencia es R y el punto solidario se encuentra a una distancia a del centro. Analice regularidad para los casos $a < R$, $a > R$ y $a = R$.

De ahora en adelante considere los valores $R = a = 1$

- (ii) Encuentre la parametrización en longitud de arco.
- (iii) Encuentre el vector Tangente, la Curvatura, Vector Normal y Binormal.
- (iv) Encuentre la parametrización de una recta tangente a la cicloide en un angulo α fijo.

Problema 3.- Sea Γ la curva que se obtiene al intersectar la superficie $z = x^2 + y^2$ con la esfera unitaria.

- i) Dibuje la curva Γ .
- ii) Encuentra una parametrización para la curva Γ .
- iii) Verifique la regularidad. Encuentre la Velocidad, el Vector Tangente y el Vector Normal de la parametrización.

Problema 4.- Una partícula se mueve describiendo una trayectoria Γ sobre el manto del cono $x^2 + y^2 = z^2$, de tal forma que su altura z y el ángulo θ en cilíndricas cumplen la relación:

$$z = e^{-\theta} \quad \theta \in [0, \infty]$$

- (i) Encuentre una parametrización de Γ . Dibuje la curva.
- (ii) Calcule el largo de Γ en dos giros.