

Auxiliar N°9: MA1A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Miguel Carrasco

Auxiliar: Germán Ibarra

16 de Octubre de 2007

Problema 1.- Para $\alpha \in (0, 1)$ denotamos por R la región encerrada por la curva x , el eje OY y la recta tangente a x^α en el punto $x = 1$

- (a) Demostrar que el área de la región R esta dada por

$$A = \frac{\alpha(1 - \alpha)}{2(1 - \alpha)}$$

- (b) Demostrar que el Volumen engendrado por la rotación en torno al eje OY de la región R , que esta dado por:

$$V = \frac{\pi\alpha(1 - \alpha)}{3(\alpha + 2)}$$

- (c) En el caso de $\alpha = \frac{2}{3}$ calcular el perimetro de la región.

Problema 2.- Sea $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$ y la longitud de la curva entre 0 y x es $x^2 + 2x - f(x)$

- (a) Determinar f .

- (b) Calcular el área bajo la curva $y = f(x)$ y la longitud entre 0 y 1.

Problema 3.- (*Coordenadas Polares*)

- (a) Calcular el area de una circunferencia de radio R

- (b) Dibujar y calcular el área de la cardioide de ecuación

$$\rho = 1 - \cos(\theta)$$

- (c) Calcule el área encerrada entre los cardioides

$$\rho_1 = 2 + \sin(\phi) \quad \rho_2 = 2 + 2 \sin(\phi)$$

Problema 4.- Calcule el centro de masa de la parte superior de una elipse de semiejes a y b