

Trabajo Dirigido 3: MA1A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Miguel Carrasco

Auxiliar: Germán Ibarra

30 de Octubre de 2007

Problema 1.- (*Parametrizaciones*)

- (a) Sea Γ la curva descrita por un punto P de una circunferencia de radio a que **rueda sin resbalar** sobre una circunferencia de radio $R > a$. Parametrice la curva resultante y determine la función longitud de arco. Encuentre los vectores Tangente y Normal.
- (b) Un alambre se enrolla sobre el manto de un cono de radio basal R y altura H de modo que su altura en función del ángulo θ esta dado por la relación:

$$z(\theta) = h(1 - e^{-\theta})$$

Encontrar una parametrización de la curva descrita por el alambre y calcular su altura cuando el alambre da 2 vueltas.

Problema 2.- (*Áreas y Volúmenes*)

- (a) Calcule el área de la region del primer cuadrante limitada por las curvas de ecuaciones $y^2 = \frac{x}{1-x}$, $y^2 = 2(1-x)$ y el eje OX
- (b) Sea R la región del plano = YX limitada por la parabola $y = x^2$ y la recta $y = mx (m > 0)$. Se pide encontrar el valor de m tal que los volúmenes generados por la rotación en torno a OX y a OY sean iguales.

Problema 3.- (*Coordenadas Polares y Aplicaciones de Integral*)

- (a) Calcular el área encerrada por la curvas, dadas en coordenadas polares $\rho = a$ y $\rho = a(1 + \cos(\theta))$
- (b) Determinar las coordenadas del centro de gravedad del primer cuadrante de la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- (c) Aplicar el resultado anterior para determinar el centro de gravedad de la región limitada por el eje OY , una circunferencia de radio a con centro en el origen y la elipse de la parte (b).