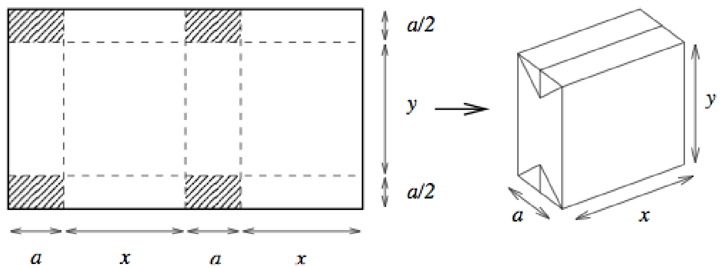
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Aux 3, Jueves 16 de Agosto

Problema 1. Consideremos un envase de TetraPak que es fabricado plegando un rectángulo de cartón de la siguiente manera:



Se desean determinar las dimensiones óptimas a, x, y tales que minimicen la superficie del rectángulo original para un volumen total de 1000 (un litro).

(a) Encuentre una expresión para la superficie sólo en términos de las cantidades a, x.
(b) Tomando a como parámetro conocido, demuestre que el valor $x = x(a)$ que minimiza dicha superficie es $x = \sqrt{\frac{1000}{a}}$. Justifique que se trata de un mínimo.
(c) Use (b) para obtener una expresión de $S(a)$ para la superficie en función solamente de a y luego determine el valor mínimo de esta función. (Justifique por qué es mínimo). Explicite los valores óptimos de a, x, y.

Problema 2. Considere la función:

$$f(x) = \frac{a}{2}\log\left(\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{a-\sqrt{a^2-x^2}}\right) - \sqrt{a^2-x^2}, \quad a > 0$$

(a) Demuestre que $f'(x) = \frac{-\sqrt{a^2-x^2}}{x}$
(b) La tangente trazada a la curva definida por $y = f(x)$ en un punto $P(x_0, y_0)$ cualquiera de ella, corta al eje OY en un punto T. Pruebe que la longitud PT es constante (independiente de $P(x_0, y_0)$).

Problema 3. Desarrolle mediante un polinomio de Taylor con resto, en torno a $x_0 = 0$, la función $f(x) = senh(x)$. Calcule $senh(1)$ con tres términos no nulos del desarrollo anterior y estime una cota para el error $(2,5 < e < 3)$.

Problema 4. Encontrar la recta tangente a la curva de ecuación:

$$e^{2\arcsin(yx)} = \log(1 + x^{+}y^2)$$

en el punto P donde la curvaintersecta al eje de abscisas $(y = 0)$, con abscisa positiva.$(x > 0)$.

Problema 5. Encontrar la recta tangente a la curva de ecuación:

$$\log(3/4 + x^2 + y) = \sin(yx)$$

en el punto P donde la curvaintersecta al eje de abscisas $(y = 0)$, con abscisa positiva.$(x > 0)$.

Problema 6. Se dispone de un alambre de largo $3a$, con el cual se desea formar un trapecio isósceles con tres lados iguales a a y el cuarto de largo x de modo de maximizar su área. Determine el valor de x que cumple con esta condición extremal. Justifique su respuesta.