Universidad de Chile
Departamento de Ingeniería Matemática
MA110 Introducción al Álgebra

Auxiliar 6
Sumatorias

Profesor: Leonardo Sánchez C.
Profesor Aux.: Hernán Figueroa V.

P1.

Se define $\varphi_1 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ como $\varphi(x_0, x_1) = x_0 + x_1$ y para $n \geq 2$ se define por recurrencia la función $\varphi_n : \mathbb{R}^{n+1} \longrightarrow \mathbb{R}$ como

$$\varphi_n(x_0, \ldots, x_n) = \varphi_{n-1}(x_0, \ldots, x_{n-1}) + \varphi_{n-1}(x_1, \ldots, x_n)$$

Para cada $x_0, x_1, \ldots, x_n \in R$. Probar por inducción que:

$$\varphi_n(x_0, \ldots, x_n) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x_k$$

P2.

Calcular:

(a) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot i!$

(b) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot 2^i$.

(c) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot 4^i$.

(d) $\sum_{i=1}^{n} i \cdot a^i$. Con $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 1$

P3.

Demuestre que:

(a) $\sum_{k=1}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k+1} = 1$. Para $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$.

(b) $\sum_{k=0}^{n} (1-x)^k = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n+1}{k+1} \cdot x^k$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

(c) $\sum_{k=i}^{n} \binom{k}{i} = \binom{n+1}{i+1}$. $i \leq n$, $i, n \in \mathbb{N}$.