IQ57A- Dinámica y Control de Procesos
Profesor: Cristian Salgado
Auxiliar: Camila Orellana
Primavera 2007

Pauta Control 1

Problema 1:

a) El sistema requiere de Balances de Masa:

No hay generación ni consumo por lo que las ecuaciones queda de la forma:
Acumulación = Entrada – Salida
Además se supone ρ constante en todo el sistema.

- Tanque 1

$$\rho\frac{dV_1}{dt} = \rho F_1^o - \rho F_1$$

Como los flujos de salida son proporcionales a la altura, se tiene $F_1 = h_1/R_1$ y reemplazando V = Ah, se tiene:

$$A\frac{dh_1}{dt} = F_1^o - F_1$$

$$A\frac{dh_1}{dt} = F_1^o - \frac{h_1}{R_1}$$

$$R_1 A\frac{dh_1}{dt} + h_1 = R_1 F_1^o \qquad (1)$$

- Tanque 2

$$\rho\frac{dV_2}{dt} = \rho F_2^o - \rho F_2$$

Como los flujos de salida son proporcionales a la altura, se tiene $F_2 = h_2/R_2$ y reemplazando V = Ah, se tiene:

$$A\frac{dh_2}{dt} = F_2^o - F_2$$

$$A\frac{dh_2}{dt} = F_2^o - \frac{h_2}{R_2}$$

$$R_2 A\frac{dh_2}{dt} + h_2 = R_2 F_2^o \qquad (2)$$

- <u>Tanque 3</u>

$$\rho \frac{dV_3}{dt} = \rho F_1 + \rho F_2 - \rho F_3$$

Suponiendo F_3 desde tanque 3 al 4, se tiene que $F_3=(h_3-h_4)/R_3$ y reemplazando V = Ah, se tiene:

$$A \frac{dh_3}{dt} = F_1 + F_2 - F_3$$

$$A \frac{dh_3}{dt} = \frac{h_1}{R_1} + \frac{h_2}{R_2} - \frac{h_3 - h_4}{R_3} \qquad (3)$$

- <u>Tanque 4</u>

$$\rho \frac{dV_4}{dt} = \rho F_3 - \rho F_4$$

Como los flujos de salida son proporcionales a la altura, se tiene $F_4 = h_4/R_4$ y reemplazando V = Ah, se tiene:

$$A \frac{dh_4}{dt} = F_3 - F_4$$

$$A \frac{dh_4}{dt} = \frac{h_3 - h_4}{R_3} - \frac{h_4}{R_4} \qquad (4)$$

b) Funciones de transferencia:

- <u>Tanque 1</u>

Estado estacionario de ecuación 1:

$$R_1 A \frac{d{h_1}^{ee}}{dt} + {h_1}^{ee} = R_1 F_1^{o\,ee} \qquad (5)$$

Sea $h_1` = h_1 - h_1^{ee}$ y $F_1^{o}`=F_1^{o}-F_1^{o\,ee}$ las variables de desviación, luego ecuación (1)-(5):

$$R_1 A \frac{d{h_1}'}{dt} + {h_1}' = R_1 F_1^{o\prime}$$

Aplicando Laplace:

$$R_1 A s \overline{{h_1}'}(s) + \overline{{h_1}'}(s) = R_1 \overline{F_1^{o\prime}}(s)$$

Luego

$$G1(s) = \frac{\overline{{h_1}'}(s)}{\overline{F_1^{o\prime}}(s)} = \frac{R_1}{R_1 A s + 1} = \frac{K_{p1}}{\tau_{p1} s + 1} \qquad (6)$$

Con $K_{p1}=R_1$ y $\tau_{p1}=R_1 A$

- <u>Tanque 2</u>

Estado estacionario de ecuación 2:

$$R_2 A \frac{dh_2{}^{ee}}{dt} + h_2{}^{ee} = R_2 F_2^{o\,ee} \qquad (7)$$

Sea $h_2` = h_2 - h_2^{ee}$ y $F_2^{o}` = F_2^{o} - F_2^{o\,ee}$ las variables de desviación, luego ecuación (2)-(7):

$$R_2 A \frac{dh_2'}{dt} + h_2' = R_2 F_2^{o\prime}$$

Aplicando Laplace:

$$R_2 A s\overline{h_2'}(s) + \overline{h_2'}(s) = R_2 \overline{F_2^{o\prime}}(s)$$

Luego

$$G2(s) = \frac{\overline{h_2'}(s)}{\overline{F_2^{o\prime}}(s)} = \frac{R_2}{R_2 A s + 1} = \frac{K_{p2}}{\tau_{p2} s + 1} \qquad (8)$$

Con $K_{p2}=R_1$ y $\tau_{p2}=R_2A$

- <u>Tanque 3</u>

Estado estacionario de ecuación 3:

$$A \frac{dh_3{}^{ee}}{dt} = \frac{h_1{}^{ee}}{R_1} + \frac{h_2{}^{ee}}{R_2} - \frac{h_3{}^{ee} - h_4{}^{ee}}{R_3} \qquad (9)$$

Sea $h_3` = h_3 - h_3^{ee}$ y $h_4` = h_4 - h_4^{ee}$ las variables de desviación, luego ecuación (3)-(9):

$$A \frac{dh_3'}{dt} = \frac{h_1'}{R_1} + \frac{h_2'}{R_2} - \frac{h_3' - h_4'}{R_3}$$

Aplicando Laplace:

$$As\overline{h_3'}(s) = \frac{\overline{h_1'}(s)}{R_1} + \frac{\overline{h_2'}(s)}{R_2} - \frac{\overline{h_3'}(s) - \overline{h_4'}(s)}{R_3} \qquad (10)$$

- <u>Tanque 4</u>

Estado estacionario de ecuación 4:

$$A \frac{dh_4{}^{ee}}{dt} = \frac{h_3{}^{ee} - h_4{}^{ee}}{R_3} - \frac{h_4{}^{ee}}{R_4} \qquad (11)$$

Luego aplicando variables de desviación: ecuación (4)-(11)

$$A\frac{dh_4'}{dt}=\frac{h_3'-h_4'}{R_3}-\frac{h_4'}{R_4}$$

Aplicando Laplace:

$$As\overline{h_4'}(s)=\frac{\overline{h_3'}(s)-\overline{h_4'}(s)}{R_3}-\frac{\overline{h_4'}(s)}{R_4}$$

$$(As+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})\,\overline{h_4'}(s)=\frac{\overline{h_3'}(s)}{R_3}$$

$$G43(s)=\frac{\overline{h_4'}(s)}{\overline{h_3'}(s)}=\frac{\frac{R_4}{R_3+R_4}}{A\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}s+1}=\frac{K_{p43}}{A\tau_{p43}s+1}\qquad(12)$$

Con $K_{p43}=R_4/(R_3+R_4)$ y $\tau_{p43}=AR_3\,R_4/(R_3+R_4)$

Luego reemplazando (12) en (10)

$$As\overline{h_3'}(s)=\frac{\overline{h_1'}(s)}{R_1}+\frac{\overline{h_2'}(s)}{R_2}-\frac{\overline{h_3'}(s)}{R_3}+\frac{G43(s)\overline{h_3'}(s)}{R_3}$$

$$(As+\frac{1}{R_3}-\frac{G43(s)}{R_3})\overline{h_3'}(s)=\frac{\overline{h_1'}(s)}{R_1}+\frac{\overline{h_2'}(s)}{R_2}$$

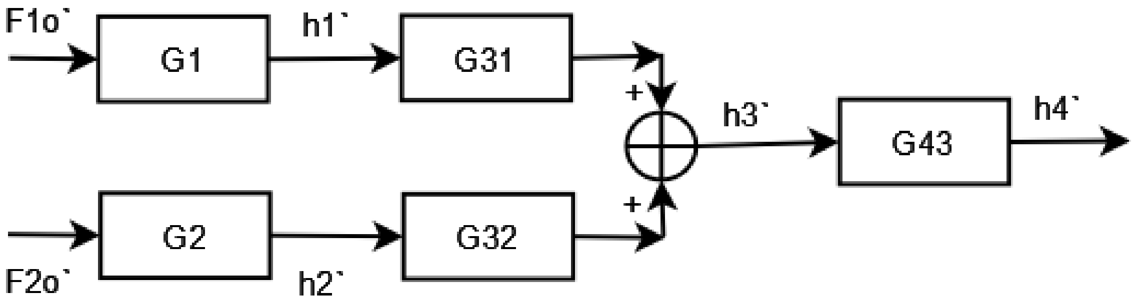
$$\overline{h_3'}(s)=\frac{\overline{h_1'}(s)}{R_1(As+\frac{1}{R_3}-\frac{G43(s)}{R_3})}+\frac{\overline{h_2'}(s)}{R_2(As+\frac{1}{R_3}-\frac{G43(s)}{R_3})}$$

$$\overline{h_3'}(s)=\frac{R_3/R_1}{R_3As+1-G43(s)}\overline{h_1'}(s)+\frac{R_3/R_2}{R_3As+1-G43(s)}\overline{h_2'}(s)$$

$$G31(s)=\frac{\overline{h_3'}(s)}{\overline{h_1'}(s)}=\frac{R_3/R_1}{R_3As+1-G43(s)}\qquad(13)$$

$$G32(s)=\frac{\overline{h_3'}(s)}{\overline{h_2'}(s)}=\frac{R_3/R_2}{R_3As+1-G43(s)}\qquad(14)$$

Luego el Diagrama de Bloques de entrada y salida del proceso es:



c) Si $F_1^{o`}$ esta controlado y es constante, significa que la altura h1 permanece constante, por lo que el diagrama de bloques queda de la siguiente manera:

La entrada se puede modelar como Asen(Wt), luego en t = 0^+, $F_2^{o`}$=Asen(Wt), con A=0,1 $F_2^{o`}$. Luego se dependerá de la periodicidad de la señal.