IQ57A: Dinámica y control de procesos

Capitulo 8: Sistemas de alto orden

Retardos

Linealización de sistemas

J. Cristian Salgado H.

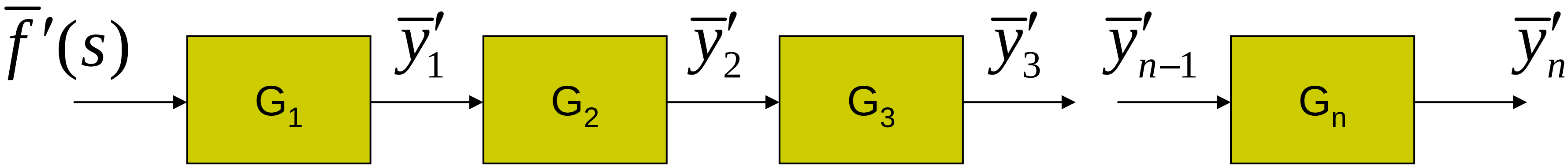
Propósito

Al final de esta clase usted será capaz de

- Identificar sistema de orden superior a dos
- Caracterizar el efecto del retardo en el sistema
- Reconocer una respuesta inversa en un sistema
- Linealizar sistemas no lineales

Sistemas de alto orden

N sistemas de primer orden en serie



$$\bar{y}'_n = \bar{f}' \cdot \prod_{i=1}^{n} G_i(s) = \bar{f}' \cdot \prod_{i=1}^{n} \frac{K_{Pi}}{\tau_{Pi} s + 1}$$

Los polos de este sistema serán:

$$p_i = -\frac{1}{\tau_{Pi}} < 0, \quad i = 1..n$$

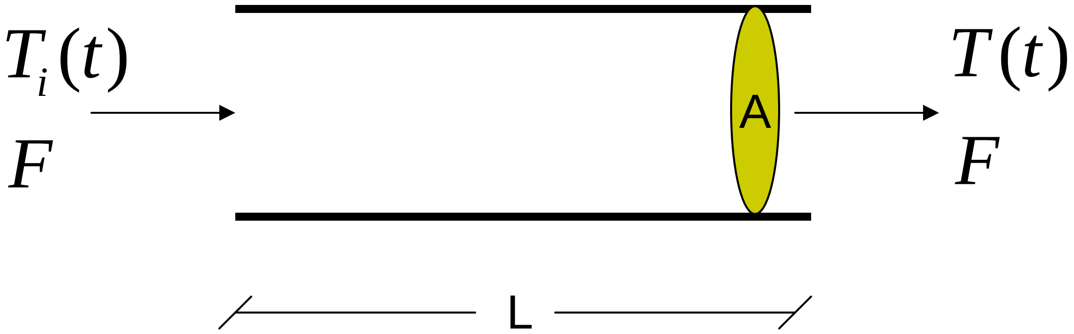
Respuesta críticamente o sobre amortiguada

Entonces n sistemas capacitivos en serie producen una respuesta cada vez más lenta

SIMULINK

Retardo (Transportation lag)

Considere una tubería por la cual fluye un líquido con un flujo F

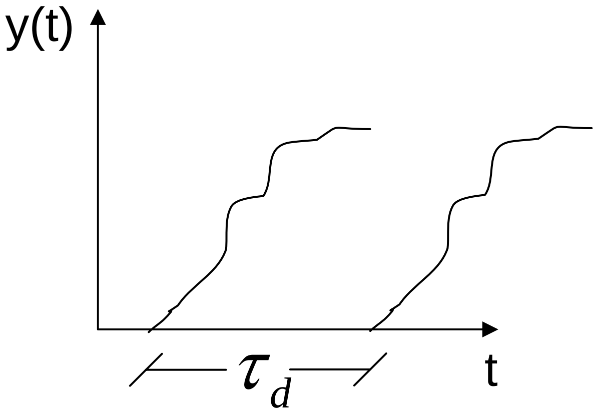


Supuestos:
Perfil de velocidad plano
ρ = cte
Cp = cte
C_{tubo} despreciable

¿Qué sucede si se aplica un escalón en la temperatura de entrada $T_i(t)$?

Retardo (Transportation lag)

La función de transferencia de un retardo es:



$$G_{retardo} = \frac{\overline{y}'(s)}{\overline{f}'(s)} = e^{-\tau_d s}$$

Aproximaciones:

$$e^{-\tau_d s} = \frac{1}{1+\tau_d s} \qquad e^{-\tau_d s} = \frac{1-\tau_d s/2}{1+\tau_d s/2} \qquad e^{-\tau_d s} = \frac{(\tau_d s)^2 - 6\tau_d s + 12}{(\tau_d s)^2 + 6\tau_d s + 12}$$

Taylor primer orden — Padé de primer orden — Padé de segundo orden

Sistemas con tiempo muerto

La función de transferencia para un sistema de primer orden con retardo es:

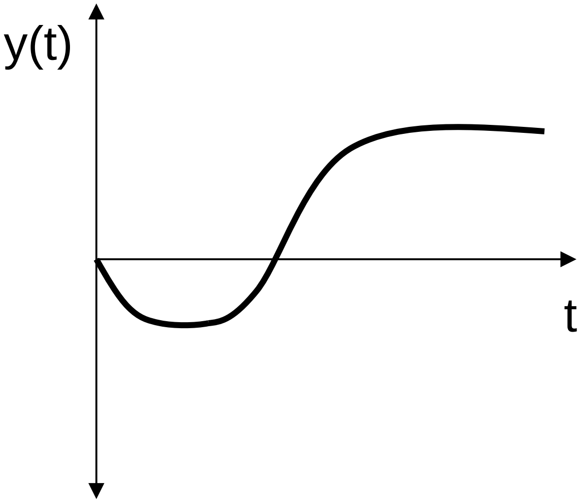
$$G(s) = \frac{\overline{y}'(s)}{\overline{f}'(s)} = \frac{K_P}{\tau_P s + 1} e^{-\tau_d s}$$

y para un sistema de segundo orden:

$$G(s) = \frac{\overline{y}'(s)}{\overline{f}'(s)} = \frac{K_P}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau + 1} e^{-\tau_d s}$$

Respuesta inversa

Son sistemas donde la respuesta inicial sigue la dirección contraria a la final

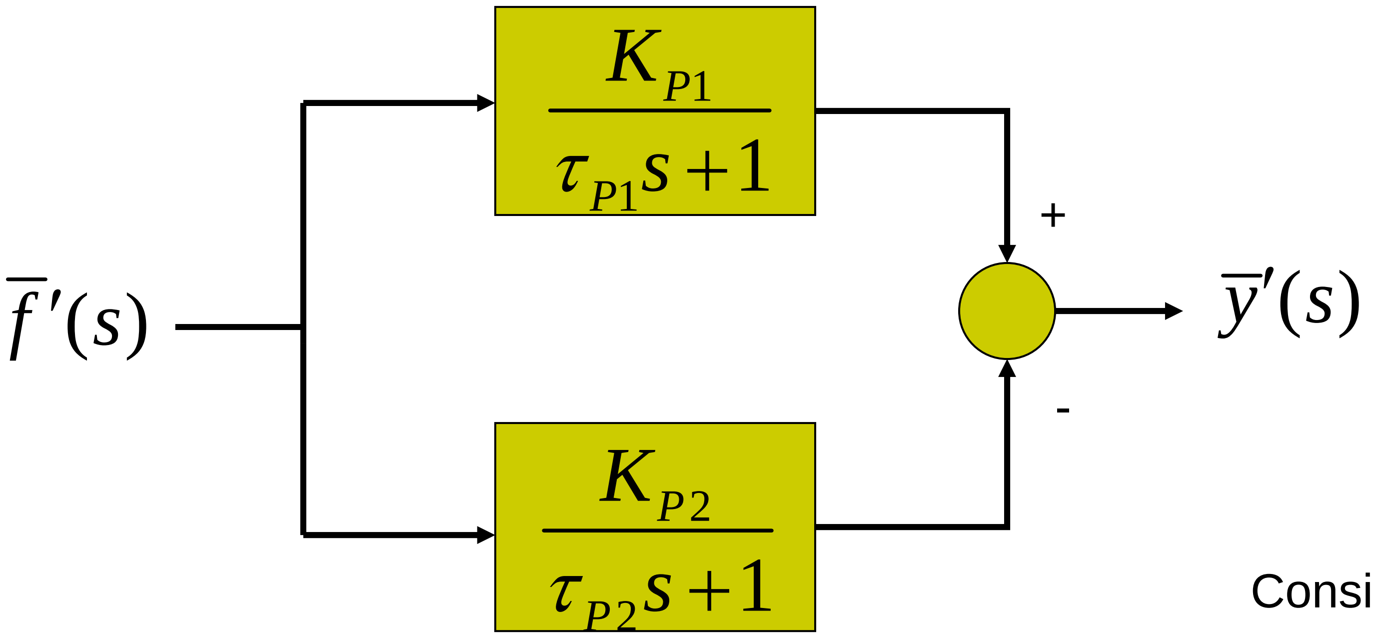


Un sistema tendrá respuesta inversa si su función de transferencia tiene un cero con parte real positiva.

$$G(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0},\qquad m<n$$

Respuesta inversa

Ejemplo



Considere $Kp_1 > Kp_2$

Caracterice la dinámica de este proceso

Linealización de sistemas no lineales

Mediante este proceso **aproximamos** un sistema no lineal mediante un sistema lineal

Sea

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

Expansión de Taylor en torno a x_0

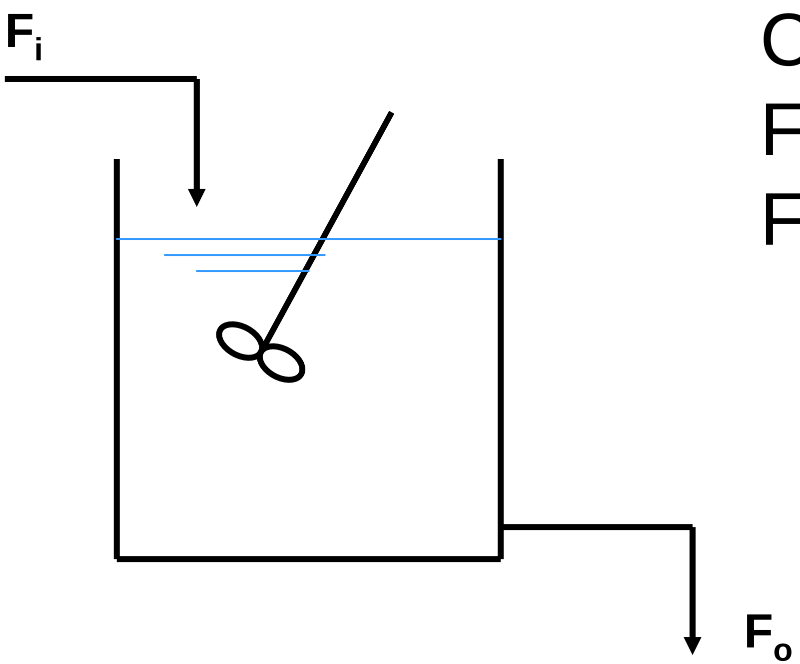
$$f(x) = f(x_0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_{x_0} \frac{(x - x_0)}{1!} + \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_{x_0} \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + \left(\frac{d^n f}{dx^n}\right)_{x_0} \frac{(x - x_0)^n}{n!}$$

Despreciando términos de segundo orden o superior

$$f(x) = f(x_0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_{x_0} (x - x_0)$$

Linealización de sistemas no lineales

Ejemplo: un tanque de nivel



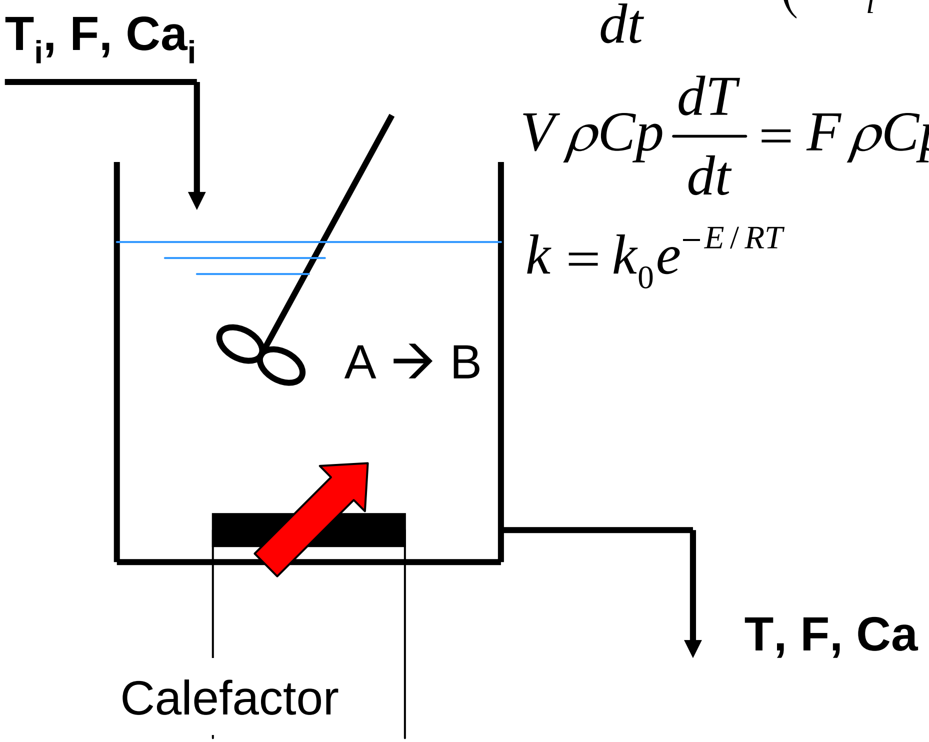
Casos:

Flujo Fo laminar

Flujo Fo turbulento

Linealización de sistemas no-lineales

Ejemplo tanque calefaccionado con reacción de primer orden



$$V\frac{dCa}{dt} = F\left(Ca_i - Ca\right) - VkCa$$

$$V\rho Cp\frac{dT}{dt} = F\rho Cp\left(T_i - T\right) + (-\Delta H)VkCa + AU\left(T_S - T\right)$$

$$k = k_0 e^{-E/RT}$$

Suponiendo T_i, Ca_i, F y V cte encontrar:

$$G(s) = \frac{\overline{Ca'}(s)}{\overline{T_S'}(s)}$$