



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN71L : Modelos Estocásticos
Profesor : Raúl Gouet
Auxiliar : Denis Sauré

EXAMEN RECUPERATIVO

Jueves 4 de Diciembre, 2003.

Problema 1

Considere una población en la cual cada individuo, independiente del resto, da a luz en un tiempo exponencial de tasa λ y muere en un tiempo exponencial de tasa μ . Adicionalmente, nuevos miembros ingresan a la población de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa θ . Sea $X(t)$ el tamaño de la población en el instante t .

1. Que tipo de proceso es $\{X(t), t \geq 0\}$?
2. Cuales son sus parámetros.
3. Calcule $E[X(t)|X(0) = i]$

Problema 2

La llegada de clientes a un banco sigue un proceso de poisson de tasa λ . Una vez dentro del banco los clientes se encuentran frente a dos sistemas M/M/1, y deben elegir a que cola colocarse. Lógicamente los clientes siempre escogen la cola que tenga el menor largo y ante empates elegirán equiprobabilísticamente.

Adicionalmente, una vez que eligen la cola a la que se colocan no pueden cambiar su elección. Suponga que los tiempos de atención son iguales en ambos sistemas, y exponencialmente distribuidos de media $\frac{1}{\mu}$.

1. Modele el número de personas en cada cola como una cadena de Markov en tiempo continuo. Explícite claramente todas las transiciones posibles indicando las tasas respectivas, ¿Cuál es la condición de estacionaridad?.
2. Escriba las ecuaciones que le permitan encontrar la distribución de probabilidades estacionarias.
3. Compare la eficiencia de este sistema con la modalidad de "cola única".
4. Modifique su modelo para permitir que los clientes que ya ingresaron al sistema pudiesen cambiarse de cola ante diferencias en el largo de estas?. Explique claramente sus supuestos, ¿Cómo se compara este sistema con un M/M/2?.

Problema 3

COLAS