



DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN71L - Modelos Estocásticos
Sem.: Primavera 2002
Prof: Saúl Peugeot
P. Aux: Denis Sauré, Natalia Yankovic

EXAMEN

Sábado 30 de Noviembre, 2002

Pregunta 1

Los alumnos de uno de los postgrados del D.I.I. se aprestan a rendir su examen de final de su curso favorito, "Procedimientos Escolásticos". El ayudante del ramo recibe los exámenes de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ [exámenes / hora] y los corrige demorándose un tiempo exponencialmente distribuido con media $1/\mu_1$ [horas] en cada uno. Como resultado de su corrección el ayudante puede decidir aprobar al alumno o bien traspasar la evaluación a Saúl Peugeot, flamante profesor del ramo, para que él tome la decisión. La probabilidad de que una evaluación cualquiera sea transferida al profesor es p . El Profesor demora un tiempo distribuido exponencialmente de media $1/\mu_2$ [horas] en estudiar una situación cualquiera. Su decisión puede ser la aprobación o reprobación del alumno, y se sabe que reprueba a una fracción R de las evaluaciones que recibe. En los casos en que se decide reprobar a un alumno, el profesor debe publicar inmediatamente esta situación.

Por otra parte, en el caso que un alumno sea aprobado, ya sea por el ayudante o el profesor, se deben cumplir una serie de procedimientos administrativos (cálculos de promedios y otras cosas varias) los que terminarán con publicación de la situación final y la respectiva nota del examen. Estos trámites son realizados con mucha dedicación ya sea por Natasha Yenkowitch o Felix Desaire, auxiliares del ramo, demorando un tiempo exponencialmente distribuido con media $1/\mu_3$ [horas] por cada alumno aprobado.

1. (2,0 pts) Modele el proceso descrito como un sistema de colas. ¿Qué relaciones deben satisfacer λ , μ_1 , μ_2 , μ_3 , p y R para que se alcance régimen estacionario?
2. (1,0 pts) En promedio, ¿Cuánto tiempo debe esperar un alumno desde que entrega su examen hasta ver publicada su situación final?
3. (1,0 pts) ¿Qué fracción de los alumnos que resultan aprobados ha sido por decisión del profesor?
4. (1,0 pts) Sólo para los alumnos que son aprobados: ¿Cuánto tiempo pasa, en promedio, desde que se recibe el examen hasta que se publican sus notas y situación final?
5. (1,0 pts) Suponga que la dirección del postgrado puede contratar más auxiliares para la tramitación y cálculo de notas finales de los alumnos aprobados por el ayudante o el profesor. Entregue una cota superior (lo más pequeña posible) para la disminución que se puede lograr por esta vía en el indicador calculado en la parte anterior. Explique.

Pregunta 2

Una tienda mayorista de repuestos para automóviles vende un único repuesto el cual puede ser de 2 tipos: *Original* o *Taiwanes*. Los repuestos se mantienen en inventario según una política (s, S) de revisión semanal para cada tipo de repuestos. Es decir, al comienzo de cada semana revisa el nivel de inventario I_i y si está bajo s_i se encarga una cantidad $S_i - I_i$ con $i \in \{O, T\}$. Los pedidos demoran exactamente 1 período en estar disponibles, es decir, llegan al inicio de la siguiente semana.

Cada semana la tienda recibe el pedido de un único cliente, el que demandará una cantidad aleatoria de cada tipo de productos, de manera que con probabilidad $q_i(k)$ demandará k unidades de repuesto tipo i . Si no hay unidades suficientes de producto tipo i en el inventario, el cliente siempre estará dispuesto

a sustituirlas por productos del otro tipo. Si con esta sustitución todavía faltan unidades, el cliente llevará todas las unidades disponibles y se irá molesto de la tienda.

El costo de mantener inventariada una unidad de producto por una semana es C independiente del tipo de repuesto. El beneficio de vender una unidad de producto tipo i es B_i , con $B_i > C$. Además, si un cliente no puede satisfacer completamente su pedido, la tienda incurre en un costo de imagen valorado en V , independiente de cuantas unidades faltaron. Por último, existe un costo por poner una orden al proveedor de K y el precio al que la tienda compra cada repuesto es P_i .

1. (3,0 pts) Modele el inventario de cada tipo de productos al inicio de una semana como una cadena de Markov. Escriba explícitamente las probabilidades de transición y argumente la existencia de probabilidades estacionarias. HINT: No necesita dibujar toda la cadena, sino remitirse a los casos interesantes.

Responda las siguientes preguntas suponiendo conocida la ley de probabilidades estacionarias de la cadena anterior:

2. (1,5 pts) ¿Cuál es la probabilidad que un cliente se retire indignado de la tienda?. ¿Qué fracción de los clientes se retira de la tienda con el pedido que deseaba originalmente?
3. (1,5 pts) ¿Cuál será el ingreso por unidad de tiempo esperado del dueño de la tienda?