Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN79O: Modelos Estocásticos en Sistemas de Ingeniería
Profesor : Raúl Gouet
Auxiliar : Felipe Castro, Francisco Uribe

Clase Auxiliar 8

Teoría de Espera
17 de Octubre de 2007

Problema 1

Dos tipos de clientes llegan al banco Armijo Eduars según procesos de Poisson de tasas λ_1 y λ_2 [clientes/hora], respectivamente. Los clientes tipo 1 entran al banco dirigiéndose a la zona de Banco en Línea a revisar su estado de cuenta, la cual se puede modelar con capacidad ilimitada de servidores. Por otro lado, los tipo 2, entran al banco a la sección de Cajas, la cual es atendida por 2 cajeros en paralelo. Suponga que en este lugar hay capacidad ilimitada para clientes esperando, los cuales forman una cola única hasta ser atendidos.

Los clientes que revisaron su estado de cuenta en la zona de Banco en Línea, luego de terminada su transacción, con probabilidad **q** se dirigen a la zona de Cajas y con probabilidad **(1-q)** se retiran del recinto. Luego de ser atendidos por alguno de los cajeros **estos clientes** se retiran del banco.

Por otro lado, para los clientes que ingresaron al sistema directamente a la zona de Cajas, luego de realizada su atención con alguno de los cajeros existen tres posibilidades. Con probabilidad **r** vuelven a ponerse en la fila de las Cajas debido a que olvidaron realizar alguna transacción. Con probabilidad **s** se dirigen a la zona de Atención al Cliente, la cual es atendida por un único funcionario y cuenta con capacidad ilimitada para clientes esperando. Por último con probabilidad **t** se retiran del sistema **(r+s+t=1)**.

Los clientes que ingresan a la zona de Atención al Cliente, luego de su atención abandonan el banco.

Según datos históricos se sabe que el tiempo que demora un cliente revisando su estado de cuenta en la sección Banco en Línea es una v.a exponencial de media $1/\mu_1$[horas], y el tiempo de atención de cada cajero es una variable exponencial de media $1/\mu_2$[horas]. Sin embargo, no se cuenta con información sobre el tiempo de atención del funcionario en la zona de Atención al Cliente, pero se sabe que sigue una distribución exponenencial de parámetro μ_3 desconocido, y que una fracción K del tiempo este funcionario está ocupado atendiendo público.

1. (1.5 pts) Modele la situación descrita como un sistema de colas. Encuentre las tasas efectivas de entrada a cada subsistema e indique las condiciones de existencia régimen estacionario. Resuma sus resultados en una tabla.

2. (1.0 pts) En función de los datos del problema determine el parámetro de la distribución exponencial del tiempo de atención del funcionario de Atención al Cliente.

3. (1.0 pts) Calcule los tiempos promedio de permanencia en cada subsistema, y en función de dichos valores entregue una expresión para la esperanza del tiempo que permanece un cliente dentro del banco, si ingresó al sistema dirigiéndose a la zona de Cajas.

4. (1.0 pts) Suponga que Armijo quiere disminuir al mínimo posible el tiempo promedio de permanencia de los clientes en el banco. Para esto, evalúa el aumento de la cantidad de cajeros. Entregue una cota superior, lo más pequeña posible, para la disminución del tiempo promedio total que se puede lograr.

5. (1.5 pts) El dueño del banco quiere reducir a la mitad la fracción de clientes que actualmente llegan a la zona de Atención al Cliente y deben esperar antes de su atención. Entregue una expresión que le permita determinar con cuántos funcionarios debe contar como mínimo para lograr este objetivo. Si se decide agregar la cantidad de funcionarios obtenida en este punto, ¿cambia la condición de régimen estacionario de la parte 1?

Problema 2

Bajo el mismo sistema del problema 1, Armijo Eduars quiere centrar su atención en lo ocurrido en las Cajas. Para ello, desea comparar su actual configuración de 2 cajeros y una fila única con las 3 alternativas siguientes:

a. Una cola única con un servidor con tiempo de atención exponencial de media $\frac{1}{2\mu_2}$ [minutos].

b. Dos colas independientes cada una con un cajero, con tiempos de atención exponenciales de media $1/\mu_2$ [minutos] para cada uno de ellos. Los clientes eligen equiprobablemente cualquiera de las colas y no es posible el cambio de cola.

c. Dos colas independientes cada una con un servidor, con tiempos de atención exponenciales de media $1/\mu_2$ [minutos] para cada uno de ellos. Los clientes entran a la cola más corta, ante empates eligen equiprobablemente y, se cambian de cola si al irse a la otra fila hay menos personas delante de él.

1. (2.0 pts) Analíticamente, ordene las cuatro configuraciones posibles en términos del tiempo medio de permanencia de los clientes en el sistema, de modo de recomendar al dueño del banco la más eficiente en este sentido. Indique las condiciones de régimen estacionario para cada caso, y al momento de realizar el análisis suponga que estas condiciones se satisfacen.

2. (2.0 pts) Armijo acepta la recomendación hecha por ud. , pero le plantea la siguiente inquietud. "*Creo que al tener menor tiempo en el sistema de Cajas, la zona Atención al Cliente puede colapsar, para esto propongo realizar una campaña de información a mis clientes con la cuál pretendo disminuir la probabilidad* ***s*** *con la que los clientes de las Cajas se dirigen a este zona, o bien aumentar la cantidad de servidores en la sección de Atención al Cliente*". ¿Es fundada la preocupación de A. Eduars? De ser así, ¿cuál de las dos soluciones le parece más efectiva?. Justifique su respuesta.

3. (2.0 pts) Debido a la brillante gestión de Armijo, se pronostica que para el próximo año la tasa de llegada de clientes al banco se duplicará para ambos tipos de clientes. Debido a que una parte importante de esta demanda será de clientes nuevos, se estima que existirá una fracción **v** de personas que luego de salir de la sección de Atención al Cliente, volverán a ponerse en la fila del mismo sistema, debido a su inexperiencia en el uso de los servicios del banco. Considerando como base la situación inicial del problema 1, entregue una expresión que le permita determinar con cuantos funcionarios debe contar como mínimo en la sección de Atención al Cliente, para que el sistema no colapse.