2. Considere el modelo de Kiyotaki-Moore visto en clase donde existen dos tipos de agentes, granjeros y recolectores que usan capital (tierra) para producir fruta. Los granjeros producen fruta de acuerdo a la tecnología $y_{t+1} = (a+c)k_t$, donde a y c representan la fracción de la producción que es no perecible y perecible, respectivamente. Los recolectores en cambio produven fruta de acuerdo a $y^G_{t+1} = G(k^G_t)$, con $G' > 0$, $G'' < 0$. El stock total de tierra está fijo en $\bar{K}$. Ambos tipos de agentes tienen horizonte infinito con factores de descuento β^F para los granjeros y β^Gpara los recolectores, donde $\beta^F < \beta^G$. Las condiciones del modelo son tales que el costo oportunidad de la fruta esta dado por el factor de descuento de los recolectores, es decir $R = 1/\beta^G$.

   (a) (20 puntos) Denote por x_t el consumo de los granjeros en el período t y por b_t su nivel de deuda y escriba la restricción de presupuesto (flujo) enfrentada por los granjeros en t. Explique los distintos componentes.

$$\underbrace{q_t k_t}_{New\ capital} = \underbrace{q_t k_{t-1}}_{Old\ capital} + \underbrace{(a+c)k_{t-1}}_{\Pr oduction} - \underbrace{x_t}_{consumption} + \underbrace{b_t - Rb_{t-1}}_{New\ debt}$$

   (b) (20 puntos) A diferencia del modelo standard, considere el caso en que además del valor colateral de la tierra, una fracción αde la producción de fruta no perecible (ak_t) puede ser ofrecida como colateral por los granjeros a sus inversionistas.

      i. Escriba la expresión para la condición de participación de los inversionistas

$$Rb_t \leq q_{t+1}k_t + \alpha a k_t$$

      ii. Asumiendo que ésta condición se cumple con igualdad, que en equilibrio los granjeros sólo consumen la producción de fruta no perecible, y definiendo como $\theta_t = q_t - (q_{t+1} + \alpha a)R^{-1}$, use la restricción de presupuesto derivada en (a) y la condición de participación de los inversionistas para obtener una relación entre el capital en el periodo t, k_t, el capital en el periodo anterior (k_{t-1}), el nivel pasado de deuda b_{t-1}, el precio corriente y futuro del capital (q_ty q_{t+1}), y θ_t.

      Reemplazando (i) en (a) con igualdad, asumiendo $x = c$ y reordenando obtenemos

$$\left(q_t - \frac{(q_{t+1} + \alpha a)}{R}\right) k_t = (q_t + a)k_{t-1} - Rb_{t-1}$$

      Usando la definición de θ

$$k_t = \frac{1}{\theta_t}\left\{(q_t + a)k_{t-1} - Rb_{t-1}\right\}$$

iii. Explique el significado de los distintos términos de la expresión derivada en (ii) y comparela con la del paper de Kiyotaki-Moore (caso $\alpha = 0$).

El término dentro de los paréntesis de llaves corresponde a la riqueza neta del granjero en t, la cual está dada por la diferencia entre la suma del valor de la producción y el valor del capital y el valor presente de la deuda pasada. El término θ^{-1} corresponde al factor de apalancamiento (leverage) que indica cuántas unidades de capital puede comprar el granjero con una unidad de riqueza neta en t. El factor de apalancamiento depende de la diferencia entre el precio actual y futuro descontado del capital y además de la fracción de la producción futura que puede ser comprometida por el empresario. Mientras más producción futura puede ser comprometida más puede pedir prestado el empresario contemporaneamente, por lo cual el apalancamiento es siempre más grande que en el modelo de Kiyotaki-Moore.

iv. A qué se debe la diferencia entre θ_t y el costo usuario del capital $u_t = q_t - q_{t+1}R^{-1}$?

A que ahora una fracción de la producción puede ser ofrecida creíblemente por el empresario.

(c) (20 puntos) Agregue la expresión derivada en (c) para obtener la evolución del capital agregado en manos de los granjeros (K_t). Al igual que en el paper, asuma que hay una masa m de recolectores y que cada recolector invierte hasta que la productividad marginal del capital es igual al costo usuario del capital u_t, para obtener una expresión para el costo usuario del capital como función del capital en manos de los granjeros (K_t).Es el costo usuario creciente o decreciente en K_t?

La agregación es lineal, por lo cual, el capital en manos de los granjeros evoluciona de acuerdo a

$$K_t = \frac{1}{\theta_t} \{(q_t + a)K_{t-1} - RB_{t-1}\}$$

Por el lado de los recolectores, ellos invierten hasta que el producto marginal del capital es igual al costo de usuario en valor presente (obs: si no incluyó el término del valor presente en su respuesta no importa)

$$u_t = \frac{1}{R} G'(k_t^R).$$

Dado que hay una masa m de recolectores y son todos idénticos

$$K_t^R = mk_t^R.$$

Finalmente, como el stock de capital está dado $K_t^R = \bar{K} - K_t$, por lo cual

$$u_t = \frac{1}{R} G' \left(\frac{1}{m} (\bar{K} - K_t) \right)$$

(d) (20 puntos) Usando las ecuaciones anteriores, determine los valores de estado estacionario de θ_t, K_t, u_t,y q_t. Denote estos valores como θ^*, K^*, u^*, y q^*, respectivamente. Compare el valor de estado estacionario del capital K^* y su precio q^* con los del modelo standard de Kiyotaki-Moore ($\alpha = 0$). (hint: recuerde que $R > 1$). Explique intuitivamente las razones de la diferencia.

En equilibrio sabemos que (b.i) se cumple con igualdad, por lo cual $B_t = (q_{t+1} + \alpha a)K_t/R$, por lo tanto la evolución del capital agregado corresponde a

$$K_t = \frac{1}{\theta_t} a(1-\alpha)K_{t-1}.$$

En estado estacionario $K_t = K_{t-1} = K^*$, y $\theta_t = \theta^*$ por lo cual

$$\begin{aligned} K^* &= \frac{1}{\theta^*} a(1-\alpha)K^* \\ \theta^* &= a(1-\alpha) \end{aligned}$$

Dado que $u_t = \theta_t + \alpha a/R$, tenemos directamente que

$$u^* = \theta^* + \alpha a/R$$

Reemplazando en (c) tenemos finalmente que

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{1}{R} G'\left(\frac{1}{m}(\bar{K} - K^*)\right) \\ a(1-\alpha) + \alpha a/R &= \frac{1}{R} G'\left(\frac{1}{m}(\bar{K} - K^*)\right) \\ a\left(1 - \alpha\left(1 - \frac{1}{R}\right)\right) &= \frac{1}{R} G'\left(\frac{1}{m}(\bar{K} - K^*)\right) \end{aligned}$$

Cómo se compara este nivel de capital con el de KM? Recordemos que $R > 1$, por lo cual $1/R < 1$, $1 - 1/R > 0$ y el término en el lado izquierdo es $< a$, que corresponde al caso con $\alpha = 0$ (KM). Como el lado derecho es creciente en K^*, esto quiere decir que el nivel de capital es menor que el que corresponde a $\alpha = 0$. Por lo tanto, en este caso hay menos capital en manos de los granjeros que en el modelo standard de KM. La diferencia se debe a que dado a que ahora una fracción de los retornos del capital puede ser comprometida los granjeros necesitan tener menos capital en sus manos para mantener la producción.

(e) (20 puntos) Considere ahora el caso en que, partiendo del estado estacionario, esta economía recibe un shock de productividad temporal que aumenta durante un periodo la producción de bien no perecible en Δa.

i. Escriba la expresión para el stock de capital en manos de los granjeros en el periodo del shock (K_t) como función del shock, parametros del modelo, el nuevo precio del capital (q_t) y los valores de estado estacionario del capital y su precio. (hint: sugerimos que al lado izquierdo de su expresión corresponda a $\theta_t(K_t)K_t$)
La expresión general para la evolución del capital agregado corresponde a

$$\theta_t K_t = (q_t + a_t)K_{t-1} - RB_{t-1},$$

donde típicamente $a_t = a$. *Partiendo del estado estacionario* $K_{t-1} = K^*$, $B_{t-1} = B^*$, *y además tenemos el shock que implica que* $a_t = a + \Delta a$, *por lo tanto*

$$\theta_t(K_t)K_t = (q_t + a + \Delta a)K^* - RB^*,$$

donde $B^* = (q^* + \alpha a)K^*/R$, *con lo cual obtenemos*

$$\begin{aligned} \theta_t(K_t)K_t &= (q_t + a + \Delta a)K^* - (q^* + \alpha a)K^*, \\ \theta_t(K_t)K_t &= (a(1-\alpha) + \Delta a + q_t - q^*)\,K^*. \end{aligned}$$

ii. Escriba la misma expresión para los periodos siguientes al shock. (hint: después del shock la economía vuelve a su evolución natural hacia el estado estacionario, obtenida directamente de la expresión derivada en (c)).(hint: el mismo de (i))
De nuestra expresión general de la evolución del capital (ver (d))

$$\theta_t K_t = a(1-\alpha)K_{t-1}$$

Por lo tanto, para los periodos siguientes al shock

$$\theta_{t+s}(K_{t+s})K_{t+s} = a(1-\alpha)K_{t+s-1}$$

iii. Definiendo como $\hat{X} = (X - X^*)/X^*$la desviación de una variable respecto de su estado estacionario, linearize las expresiones obtenidas en (i) e (ii) alrededor del estado estacionario para obtener la evolución la desviación del capital de su estado estacionario $\hat{K}$, como función del shock, de la desviación del precio $\hat{q}$, y (en el caso de (ii)) de valores pasados de la desviación del capital. En su derivación haga uso de las expresiones obtenidas para los valores de estado estacionario de θ y q en (d). Es la respuesta al shock de esta economía mayor o menor que la de Kiyotaki-Moore ($\alpha = 0$)? A qué cree usted que se debe la diferencia? (Hint: la log-linearización de $F(X)X$ alrededor de X^* corresponde a $F(X^*)X^* + (F'^*)X^* + F(X^*))(X - X^*)$. Cuando mire al lado derecho de algunas expresiones recuerde que no es necesario linearizar funciones que son lineales).
Linearizando el lado izquierdo de (i) alrededor del estado estacionario (usando el hint), tenemos que

$$\theta^* K^* + (\theta'(K^*)K^* + \theta(K^*))(K - K^*) = (a(1-\alpha) + \Delta a + q_t - q^*)\,K^*.$$

Dado que $\theta^* = a(1-\alpha)$ podemos reescribir esta ecuación como

$$\left(\frac{\theta'(K^*)K^*}{\theta^*} + \theta^*\right)\frac{(K-K^*)}{K^*} = \left(\frac{\Delta a + q_t - q^*}{\theta^*}\right),$$

$$\left(\frac{\theta'(K^*)K^*}{\theta^*} + \theta^*\right)\hat{K}_t = \frac{\Delta}{(1-\alpha)} + \frac{q^*}{\theta^*}\hat{q}_t. \qquad (1)$$

La log-linearización de (ii) es análoga y obtenemos que

$$\theta^* K^* + (\theta'(K^*)K^* + \theta(K^*))(K_{t+s} - K^*) = a(1-\alpha)K_{t+s-1}.$$

Notando que $\theta^* K^* = a(1-\alpha)K^*$ y reordenando obtenemos que

$$\left(\frac{\theta'(K^*)K^*}{\theta^*} + \theta^*\right)\hat{K}_{t+s} = \hat{K}_{t+s-1}. \qquad (2)$$

Ecuaciones (1) y (2) caracterizan la evolución de las variables. Podemos ver que toda la dinámica está determinada por el impacto inicial del shock, que corresponde a $\Delta/(1-\alpha)$. Este impacto es, por lo tanto, creciente en α. Mientras más grande es la fracción de la producción que puede ofrecerse ex-ante más grande es la respuesta de la economía a shocks de productividad. La diferencia se debe a que, comparada con la economía de Kiyotaki-Moore esta economía tiene más leverage, lo cual amplifica el impacto de una caída de productividad.

3. Imaginen que como flamantes economistas recién titulados, su primer trabajo es identificar un set de variables que permitan anticipar crisis financieras externas (crisis de balanza de pagos o "sudden stops"). Mencione 5 variables que incluiría en su lista y explique (en no más de un párafo) porque incluirlas usando los modelos vistos en clase y lo aprendido de las lecturas (20 puntos)

   Aqui se dió puntaje por cualquier variable+explicación que hiciese sentido. Una lista no excluyente de variables:

   (a) *Crecimiento PIB (Demigurc+Kunt y Detragaiche): menor crecimiento => deteriora cartera bancaria => crisis banca => crisis externa*

   (b) Tasa de interés *(Demigurc+Kunt y Detragaiche)=> deteriora cartera bancaria => crisis banca => crisis externa*

   (c) *Deuda externa de corto plazo / reservas => aumenta vulnerabilidad a corridas a la Chang + Velasco*

   (d) *Cuenta corriente / tamaño sector transable (Calvo) => mide el ajuste de tipo de cambio real necesario ante un sudden stop*

   (e) *Dolarización financiera doméstica (Calvo) => importancia de efectos hoja de balance*