Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Magíster de Economía Aplicada

Profesor : José De Gregorio
Auxiliar : Sofía Moroni

Auxiliar

Problema 1

Considere un gobierno que no le gusta la inflación, pero la necesita para financiar el presupuesto. Las preferencias (utilidad) del gobierno (asuma que son iguales al bienestar social) son:

$$W = \pi \frac{m}{p} - \frac{\phi}{2}\pi^2$$

donde π es la tasa de inflación efectiva, m/p la cantidad real de dinero, y ϕ un parámetro positivo. La cantidad real de dinero está dada por el equilibrio en el mercado monetario de acuerdo a:

$$\frac{m}{p} = \alpha - \frac{\beta}{2}\pi^e$$

donde π_e es la tasa de inflación esperada, y α y β son dos parámetros positivos. Asuma que $\beta < 2\phi$

a) Calcule el valor de la inflación en el óptimo social, denótela π^O

b) Calcule el valor de la inflación en el equilibrio (consistente intertemporalmente), denótela π^C.

c) Si el gobierno pudiera elegir π y π^e (sujeto a expectativas racionales), calcule el valor de la inflación que maximiza los ingresos del gobierno por señoriaje, denótela π^M.

d) Compare (cuál es mayor, cuál menor, o si no se puede decir algo con certeza) π^O, π^C y π^M.

e) Explique intuitivamente por qué π^O no puede ser un equilibrio, y proponga una forma de cómo se podría tener en equilibrio una tasa de inflación más cercana a π^O.

Solución Problema 1

a) En el óptimo social el BC tiene credibilidad, luego puede fijar π^e, la cual por expectativas racionales deberá ser igual a π. Es decir, el BC se puede comprometer a un cierto nivel de π. El problema del BC será entonces

$$\max_{\pi} \pi\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\pi\right) - \frac{\phi}{2}\pi^2$$

$$\Rightarrow \pi^O = \frac{\alpha}{\beta + \phi}$$

b) Con consistencia intertemporal los agentes toman en cuenta que una vez fijadas las expectativas el BC puede tener incentivos al desvío. En este caso el problema que resuelve el BC es,

$$\max_{\pi} \pi \frac{m}{p} - \frac{\phi}{2}\pi^2$$

$$\Rightarrow \pi = \frac{\alpha}{\phi} - \frac{\beta}{2}\frac{\pi^e}{\phi}$$

Los agentes tienen expectativas racionales, con lo cual $\pi^e = \pi$, reemplazando se obtiene

$$\pi^C = \frac{2\alpha}{2\phi + \beta}$$

c) El señoriaje será $S = \frac{m}{p}\pi$. Es decir el BC resuelve

$$\max_{\pi} \alpha\pi - \frac{\beta}{2}\pi^2$$

$$\Rightarrow \pi^M = \frac{\alpha}{\beta}$$

d) Se tiene que $\pi^O < \pi^C < \pi^M$

e) π^O no puede ser equilibrio porque una vez que se formaron las expectativas el gobierno tendrá incentivos a aumentar la inflación (no hay consistencia intertemporal).
Para obtener un equilibrio más cercano a π^O el BC debe tener mayores costos de desviarse (por ej. por pérdida de reputación), de esa forma el BC puede "fijar" las expectativas de los agentes porque es creíble.

Problema 2

En este problema estudiaremos cómo puede influir en las decisiones del Banco Central el hecho de contar con información respecto de los shocks de velocidad. Para ello supondremos el modelo usual, en el cual la autoridad monetaria actúa de manera de minimizar el valor esperado de

$$V = \frac{1}{2}[\lambda(y - y_n - k)^2 + \pi^2]$$

donde y denota el (logaritmo del) producto, y_n el (logaritmo del) producto natural y π la tasa de inflación. Supondremos $k > 0$ y $\lambda > 0$.

La relación entre la brecha del producto y el diferencial entre inflación real e inflación esperada viene dada por

$$y = y_n + a(\pi - \pi^e) + \varepsilon$$

donde π^e denota la inflación esperada por los agentes privados y ε es un shock de oferta media nula.

La relación entre la inflación y la elección de Δm por parte del Banco Central viene dada por:

$$\pi = \Delta m + v \tag{1}$$

donde v representa un shock de velocidad de media cero y varianza σ_v^2. Tal como en el modelo standard, los privados no observan ε ni v al momento de formar sus expectativas, mientras que el Banco Central conoce ε pero no v cuando elige Δm.

A diferencia del modelo visto en clases, en este caso el shock sí está correlacionado con el shock de oferta ε, de modo que $\mathbb{E}[v|\varepsilon] = q\varepsilon$ donde $q = \frac{\sigma_{v,e}}{\sigma_e^2}$ y $\sigma_{v,e}$ es la covarianza entre ε y v.

a) Tomando como dado π^e determine el valor de Δm que elegirá el Banco Central.

   Todas las preguntas que siguen se refieren al equilibrio discrecional:

b) Determine el valor de π^e

c) Determine el valor de Δm que elegirá el Banco Central como función de $a, \lambda, k, \varepsilon$ y q. Compare su resultado con aquel del modelo tradicional y dé la intuición económica para la diferencia observada.

d) Determine la inflación de equilibrio.

2. **Política monetaria con shocks correlacionados**

   (a) Primero se plantea el problema de la manera usual. Para ello hay que reemplazar las ecuaciones que rigen al producto y a la emisión de dinero en la función objetivo, con lo que se llega a la relación habitual:

$$V = \frac{1}{2}\lambda[a(\Delta m + v - \pi^e) + \epsilon - k]^2 + \frac{1}{2}[\Delta m + v]^2.$$

   El Banco Central minimiza el valor esperado de esta expresión conociendo el shock de oferta ϵ. Al tomar valor esperado condicional en ϵ se tiene:

$$\begin{aligned} E[V|\epsilon] = {} & \frac{1}{2}\lambda[a^2(\Delta m^2 + \mathrm{E}[\epsilon^2|\epsilon] + (\pi^e)^2 + 2\Delta m \mathrm{E}[v|\epsilon] - 2\Delta m \pi^e \\ & -2\pi^e E[v|\epsilon]) + (\epsilon - k)^2 + 2a(\epsilon - k)(\Delta m + \mathrm{E}[v|\epsilon] - \pi^e)] \\ & + \frac{1}{2}[\Delta m^2 + \mathrm{E}[\epsilon^2|\epsilon] + 2\Delta m E[v|\epsilon]]. \end{aligned}$$

   Tomando la CPO con respecto a Δm (la variable de decisión de la autoridad) se llega a

$$a\lambda[a(\Delta m + q\epsilon - \pi^e) + \epsilon - k] + \Delta m + q\epsilon = 0.$$

   Al despejar se obtiene:

$$\Delta m = \frac{a^2\lambda\pi^e + a\lambda(k - \epsilon) - q(1 + a^2\lambda)\epsilon}{1 + a^2\lambda}. \tag{4}$$

   (b) Para obtener el valor de π^e basta esperanza condicional en la información que poseen los privados a ambos lados de (2) y (4). Con esto se obtiene

$$\pi^e = a\lambda k.$$

   (c) Sustituyendo esta expresión en (4):

$$\Delta m = a\lambda k - \frac{a\lambda}{1 + a^2\lambda}\epsilon - q\epsilon,$$

   lo cual se puede reescribir como

$$\Delta m = a\lambda k - \frac{a\lambda}{1 + a^2\lambda}\epsilon - E[v|\epsilon].$$

   Se observa que la política óptima depende de q. Si el Banco Central pudiera observar v, ajustaría el nivel de emisión de forma de aminorar este impacto: valores positivos de q traerían consigo un Δm menor; valores negativos un Δm mayor. Si bien en este caso no observa directamente v, el valor de ϵ le provee de cierta información que puede aprovechar para hacer un pronóstico de v, el cual finalmente usa para atenuar el efecto pronosticado sobre la inflación.

   (d) Finalmente, el nivel de inflación observado está dado por $\pi = \Delta m + v$, por lo cual:

$$\pi = a\lambda k - \frac{a\lambda}{1 + a^2\lambda}\epsilon - q\epsilon + v.$$

Problema 3

Inconsistencia intertemporal y credibilidad. Considere el siguiente modelo tradicional de inconsistencia dinámica. Las pérdidas de la autoridad están dadas por:

$$V = \pi^2 + \lambda(y - \bar{y} - k)^2$$

La curva de Phillips está dada por:

$$y - \bar{y} = \theta(\pi - \pi^e)$$

a) Explique la función de pérdida, derive la función de reacción del banco central y determine la inflación de equilibrio y el nivel de producto.

b) Suponga que con probabilidad q el público piensa que el banco central es paloma (P) y con probabilidad $1 - q$ es halcón (H). Un banco central halcón tiene un k igual a cero, mientras el banco paloma tiene $k > 0$. Derive la función de reacción de cada uno de estos bancos centrales usando superíndices P y H, para el caso de paloma y halcón, respectivamente.

c) dadas las funciones de reacción y la probabilidad q calcule la inflación esperada. Debe notar que el público no sabe el tipo de banco central.

d) Determine la inflación y el producto de equilibrio para cada tipo de banco central. Discuta su resultado, en particular si el banco central H genera o no inflación positiva y como se compara con el caso en que fuera conocido con certeza que es un halcón.

e) ¿Qué le conviene a un banco central P y H, un valor de q alto o bajo? Discuta entonces a qué tipo de banco central le conviene que piensen que es del otro tipo y a cual le conviene que lo reconozcan.

Solución Problema 3

a)

$$V = \pi^2 + \lambda(\theta(\pi - \pi^e) - k)^2$$

$$\frac{dV}{d\pi} = 2\pi + 2\lambda\theta(\theta(\pi - \pi^e) - k) = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \lambda\theta^2)\pi = \lambda\theta^2\pi^e + \lambda\theta k$$

$$\Rightarrow \pi = \frac{\lambda\theta^2\pi^e + \lambda\theta k}{1 + \lambda\theta^2}$$

Suponiendo expectativas racionales se obtiene $\pi = \lambda\theta k$

b)

$$\pi^H = \frac{\lambda\theta^2}{1 + \lambda\theta^2}\pi^e$$

$$\pi^P = \frac{\lambda\theta^2\pi^e + \lambda\theta k}{1 + \lambda\theta^2}$$

c)

$$\pi^e = \frac{\lambda\theta^2}{1 + \lambda\theta^2}\pi^e(1 - q) + \frac{(\lambda\theta^2\pi^e + \lambda\theta k)}{1 + \lambda\theta^2}q$$

d) Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene

$$\pi^e = q\lambda\theta k$$

$$\pi^H = \frac{\lambda\theta^2}{1 + \lambda\theta^2}q\lambda\theta k$$

$$\pi^P = \frac{\lambda\theta^2 q\lambda\theta k + \lambda\theta k}{1 + \lambda\theta^2}$$

El producto de equilibrio será

$$y^H = \bar{y} + \theta \left(-q \frac{\lambda \theta k}{1 + \lambda \theta^2} \right)$$

$$y^P = \bar{y} + \theta \left((1 - q) \frac{\lambda \theta k}{1 + \lambda \theta^2} \right)$$

En este caso un banco halcón genera inflación positiva si $q > 0$. Si se supiera que es de tipo H generaría inflación igual a cero.

e) A ambos tipos de banco central les conviene tener un q bajo pues aumentan el producto y disminuyen la inflación. El tipo P quisiera hacerse pasar por un banco del otro tipo, y a un banco H le conviene que lo reconozcan.