MICROECONOMÍA II IN702

Profesor Cátedra	:	Felipe Balmaceda
Profesores Auxiliares	:	Ángela Denis, Gonzalo Cisternas

Tarea 2 - Oct. 2007

Problema 1 Agente-Principal

Considere un juego de dos jugadores. El jugador 2 debe decidir si ejercer un nivel de esfuerzo 0 o 1. El jugador 1, simultáneamente, debe decidir si pagar o no al jugador 2. El jugador 1 puede elegir no pagar a 2, o pagarle una cantidad igual a 4 si el jugador 2 ejerció un esfuerzo alto (el jugador 2 no recibe pago si ejerció un esfuerzo bajo). La utilidad del jugador 1 es cero si el jugador 2 elige ejercer un nivel de esfuerzo bajo; es $5 - w$ si el jugador 2 ejerce un nivel de esfuerzo alto y el jugador 1 le paga un sueldo w. La utilidad del jugador 2 es $\sqrt{w} - e$, donde w es su ingreso y e el nivel de esfuerzo.

(i) Encuentre la forma normal de este juego.

(ii) Encuentre los equilibrios de Nash del juego.

(iii) ¿Existen estrategias dominadas?

(iv) Encuentre los equilibrios en los cuales el jugador 1 mueve primero.

(v) Ahora y en las partes que siguen, asuma que el juego se repite infinitamente. Suponga que el jugador 1 es paciente con factor de descuento δ y el jugador 2 es de corto plazo ($\delta = 0$). Encuentre el conjunto de pagos implementables en equilibrio (SPE).

(vi) Encuentre las estrategias que soportan el mejor pago de (v).

(vii) Describa el set de pagos implementables en equilibrios perfectos en subjuego si ambos jugadores son de largo plazo.

Problema 2

Considere el siguiente juego repetido de duopolio de Stackleberg. Existe una firma que vive infinitamente, la cual debe enfrentarse en cada período a una firma de corto plazo, es decir, una firma que está presente sólo por un período y luego desaparece del mercado (es decir, a lo largo de su existencia, la firma de largo plazo enfrenta a distintas firmas que viven sólo un período).

En cada tiempo t, la firma de corto plazo fija primero su cantidad x_t. Luego, conociendo x_t, la firma de largo plazo fija su cantidad y_t y vende su bien a precio $p_t = 1 - (x_t + y_t)$. Los costos marginales de las firmas son nulos. Las firmas de corto plazo maximizan sus ganacias del período en que viven. Por el contrario, la firma de largo plazo, cuyo factor de descuento es $\delta = 0.99$, maximiza el flujo descontado de sus utilidades. En el comienzo de cada período, las acciones previamente tomadas son de conocimiento común.

(i) Determine el equilibrio perfecto en subjuegos si el juego es finito, es decir, $t \in \{1, 2, ..., T\}$.

(ii) Ahora considere el juego repetido indefinidamente. Muestre que la siguiente estrategia implementa $x_t = 1/4$ e $y_t = 1/2$ $\forall t \geq 0$, como equilibrio perfecto en subjuegos: Mientras no hayan desviaciones, la firma de largo plazo juega

$$\begin{aligned} y_t(x) &= 1/2 \quad && si \quad x_t \leq 1/2 \\ y_t(x) &= 1 - x \quad && si \quad 1/2 \leq x_t \leq 1 \end{aligned}$$

y la firma de corto plazo juega 1/4. Si la firma de largo plazo se ha desviado, entonces ella juega $y_t(x) = \frac{1-x}{2}$ en los períodos siguientes y las firmas de corto plazo juegan 1/2.

Problema 3

Considere un duopolio a la Cournot con demanda $p(x) = 17 - x$. Existen dos posibles niveles de costo: con probabilidad p^1 el costo es bajo e igual a 1. Con probabilidad $1 - p^1$ es costo es alto igual a 3. Asumiendo que cada firma conoce sus propios costos y no los de la firma rival, y que las probabilidades son de conocimiento común, determine las estrategias de las firmas en un equilibrio bayesiano.

Problema 4

Considere un remate a primer precio sobre cerrado entre dos competidores con valoraciones privadas e independientes por el bien en cuestión. Antes de esta subasta, cada competidor $i = 1, 2$, observa una la realización de una variable aleatoria (independiente de la del otro jugador) distribuída uniformemente en $[0, 1]$. Así, la valoración del agente i por el bien será $v_i = t_i + 0.5$, $i = 1, 2$. Entonces, si el jugador i decide apostar una cantidad $b_i \geq 0$, su utilidad será

$$u_i(b_1, b_2, t_1, t_2) = \begin{cases} (t_i + 0.5) - b_i & si \quad b_i > b_{-i} \\ 0 & si \quad b_i < b_{-i} \\ (t_i + 0.5 - b_i)/2 & si \quad b_1 = b_2 \end{cases}$$

$i = 1, 2$. Encuentre un equilibrio en el cual cada jugador usa una estrategia de la forma $b_i = \alpha t_i + \beta$. En este equilibrio, ¿cuál es el pago esperado del jugador

i condicional en su tipo t_i?

Problema 5

Un vertedero debe ser ubicado en alguna de la n comunas de una ciudad. Suponga que las desutilidades de las ciudades por acoger este proyecto están distribuidas uniformemente en [0,1] y son independientes. Cada comuna conoce cómo le afecta la presencia del vertedero, pero no sabe con certeza el efecto sobre el resto (sólo sabe cómo se distribuye la desutilidad). El gobierno de la ciudad propone el siguiente mecanismo para resolver el problema: cada comuna debe señalar la cantidad por la cual querría ser compensada por recibir el vertedero, gana la ciudad que reporte la menor compensación, y las otras $n-1$ le pagan esta cantidad en iguales fracciones (es decir, si la compensación es c cada comuna le paga $\frac{c}{n-1}$). Encuentre un equilibrio simétrico del juego. **Hint:** Suponga que la estretegia de equilibrio $b(\cdot)$ es una función invertible y diferenciable.

Problema 6

Un conductor de automóvil enfrenta 3 posibles resultados: no tener accidente, tener un accidente mediano y tener un accidente grave. Existen dos tipos de conductores igualmente probables, y ambos tienen una probabilidad 1/2 de no tener accidente. El conductor más riesgoso tiene probabilidad 1/2 de sufrir un accidente grave, mientras que el conductor de bajo riesgo tiene la misma probabilidad de sufrir un accidente de mediana gravedad. El tipo de conductor es información privada para cada agente. El ingreso de cada conductor es igual a 100 menos el costo del accidente. La utilidad de un conductor de ingreso c es $u(c) = c - c^2/200$.

El costo de un accidente es cero si es que no hay accidente, 10 si es de mediana gravedad y 20 si el accidente es severo. Usted puede ofrecer 4 tipos de contratos: no ofrecer contrato, un pago de 10 por un accidente mediano, 20 por un accidente grave y un contrato en el cual se paga 10 por un accidente mediano y 20 por uno grave. ¿Qué contratos ud. debería ofrecer y cuánto se debería cobrar?

Problema 7

Considere una firma (F) y un trabajador (W). La firma primero decide si pagar (P) un pago $w > 0$ al trabajador (y así contratarlo), y luego el trabajador decide si trabajar (T) o no. De hacerlo, esto le cuesta una cantidad $c > 0$, produciendo una cantidad $\pi > 0$ para la firma, donde $\pi > w > c$. Los pagos son del siguiente modo:

	F	W
$P-T$	$\pi - w$	$w - c$
$P-NT$	$-w$	w
$NP-T$	π	$-c$
$NP-NT$	0	0

(i) Encuentre todos los equilibrios de Nash.

(ii) Suponga ahora que el stage game se juega infinitas veces y que ambos jugadores tienen un factor de descuento δ. A continuación se presentan diversas estrategias para el juego repetido. Para cada una de ellas, determine si corresponde a un equilibrio perfecto en subjuegos para δ suficientemente alto y, de ser así, encuentre el factor de descuento mínimo para el cual se cumple la condición. Las estrategias son las siguientes:

1. Sin importar que ocurra, la firma siempre paga y el trabajador trabaja.

2. En cada instante t, el trabajador trabaja si y sólo si se le paga en t, y la firma siempre paga.

3. En $t = 0$, la firma paga y el trabajador trabaja sin importar nada. En todo $t > 0$, la firma paga si y sólo si el trabajador trabajó en todos los períodos anteriores y el trabajador trabaja sólo si ha trabajado en todos los períodos previos.

4. En $t = 0$, la firma paga y el trabajador trabaja si y sólo si se le paga. En todo $t > 0$, la firma paga si y sólo si el trabajador trabajó en todos los períodos en los cuales la firma pagó, y el jugador trabaja sólo si recibe pago en t y ha trabajado en todos los períodos en que ha recibido pago.

5. Hay dos estados: empleado o desempleado. El juego comienza en el estado empleado. En este estado, la firma paga, y el trabajador trabaja si y sólo si se le ha pagado en la correspondiente fecha. Si el trabajador no trabaja, se pasa al estado desempleado (de lo contrario nos quedamos en el estado empleado). En el estado desempleado, la firma no paga y el trabajador no trabaja sin importar lo que la firma haga en el período. Después de $T > 0$ días en el estado desempleado, se vuelve al estado empleado (la respuesta debe considerar cada $T > 0$).