MICROECONOMÍA II IN702

Profesor Cátedra : Felipe Balmaceda
Profesores Auxiliares : Ángela Denis, Gonzalo Cisternas

Tarea 1 - Sept. 2007

Problema 1

Considere un licitador que desea comprar un bien o servicio. Existen n firmas capaces de proveerlo, cada una a costo $c_i > 0$, $i = 1, ..., n$ (todos los agentes son neutrales al riesgo). Finalmente, suponga que el licitador podría realizar la labor mencionada a un costo c_0 extremadamente alto, de modo que siempre es conveniente comprar el mencionado bien.

(i) Suponga que los costos son observables y que el licitador es un planificador benevolente, es decir, maximiza el bienestar social. Encuentre la solución del problema anterior (solución eficiente). ¿A cuánto asciende la utilidad social en este caso?.

(ii) Suponga que el licitador impone una licitación a segundo precio, es decir, gana la firma que reporta el costo más bajo pero se le paga lo correspondiente al costo inmediatamente mayor. Asuma que los costos de las firmas son observables. Muestre que *revelar el verdadero costo* es una estrategia débilmente dominante. En este caso, ¿a cuánto asciende la utilidad social? ¿Es este mecanismo (el formato de licitación) eficiente?

(iii) Responda las mismas preguntas que en (ii) pero asumiendo que los costos de las firmas no son observables.

Problema 2

Suponga una economía en que existen n consumidores cada uno con función de utilidad

$$\Pi^i \equiv t_i + g_i(a, \theta_i)$$

donde t_i es el ingreso del indiviuo i, a una decisión pública (por ejemplo, la cantidad de un cierto bien público) y $g_i(a, \theta_i)$ es la valoración del agente i por la decisión a, con θ_i un parámetro de utilidad, $i = 1, ..., n$. El costo monetario de la decisión a es $C(a) > 0$. Las funciones g_i son de conocimiento común.

(i) Muestre que para un planificador central que conoce todos los parámetros $\{\theta_i\}_{i=1}^n$, la decisión socialmente óptima $a^*(\theta_1, ..., \theta_n)$ es la solución de

$$\max_a \sum_i g_i(a, \theta_i) - C(a)$$

(ii) Suponga ahora que el parámetro θ_i es sólo conocido por el agente i. El planificador intenta diseñar un mecanismo que induzca a los agentes a revelar sus verdaderas valoraciones y que lleve al óptimo social. Para ello, el planificador impone que los agentes anuncien simultáneamente sus valoraciones $\tilde{\theta}_i$ (que eventualmente difieren de las verdaderas), con ellas implementa la decisión $a^*(\tilde{\theta}_1, ..., \tilde{\theta}_n)$ y entrega las siguientes transferencias:

$$t_i(\tilde{\theta}_1, ..., \tilde{\theta}_n) = K_i + \sum_{j \neq i} g_j(a^*(\tilde{\theta}_1, ..., \tilde{\theta}_n), \tilde{\theta}_j) - C(a^*(\tilde{\theta}_1, ..., \tilde{\theta}_n))$$

donde K_i es una constante. Muestre que decir la verdad (es decir, $\tilde{\theta}_i = \theta_i$) es una estrategia dominante. Concluya que la solución eficiente puede ser implementada.

Problema 3

Considere el siguiente juego de negociación: dos agentes deben repartirse una torta de tamaño 1, haciendo ofertas alternadas. En $t = 1$ el agente 1 hace una oferta $x_1 \in [0, 1]$ al jugador 2, quien la acepta o rechaza. Si la acepta, el jugador 2 recibe $1 - x_1$, dejando x_1 para el jugador 1. Si la rechaza, no hay división de la torta, y es su turno de hacer una oferta $x_2 \in [0, 1]$ en $t = 2$. Si su oferta es aceptada, recibe $1 - x_2$ mientras que 1 recibe x_2. Si es rechazada, el jugador 1 es quien debe hacer el ofrecimiento en $t = 3$, y así sucesivamente. Suponga un factor de descuento $\delta \in (0, 1)$ y que hay T períodos de negociación. Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos, es decir, encuentre una secuencia $(x_1, ..., x_T)$ SPE del juego anterior. Determine $\lim_{T \to \infty} x_1$.

Problema 4

Considere un mercado a la Cournot con demanda lineal $p = a - bQ$, $a > 0$, $b > 0$ y costo marginal cero para todas las firmas. Encuentre el equilibrio de libre entrada si existe un costo fijo de hacerlo $F > 0$ (es decir, el número de firmas n^* que ingresan en equilibrio al mercado). Compare este equilibrio con el primer mejor o eficiente (un planificador controla el número de firmas y los precios) y con el segundo mejor (el planificador controla sólo n).

Problema 5

Consumidores están distribuídos uniformemente a lo largo de una línea de largo 1 kilómetro. Los precios de los helados están regulados, por lo que los consumidores pueden ir a comprar únicamente al punto más cercano (asuma que independiente de la lejanía de este punto, todo agente va a consumir helados). Si existe más de un vendedor en el mismo punto, se reparten el negocio equitativamente.

(i) Considere un juego en que dos vendedores de helados deben elegir sus ubicaciones simultáneamente. Muestre que existe sólo un equilibrio. Caracterícelo.

(ii) Pruebe que si hay 3 vendedores, no existe equilibrio en estrategias puras.

Problema 6

Considere un juego con dos agentes, en el cual el jugador i puede elegir una acción de un conjunto finito M_i que contiene m_i acciones, $i = 1, 2$. Si las acciones elegidas son (m_1, m_2) el pago para el jugador i será $\phi_i(m_1, m_2)$.

(i) Suponga que los agentes mueven simultáneamente, ¿cuántas estrategias tiene cada jugador?

(ii) Suponga ahora que el jugador 1 mueve primero y que el jugador 2 observa la acción elegida por el primero antes de escoger una acción. ¿cuántas estrategias tiene cada jugador?

(iii) Suponga que el juego de (ii) tiene múltiples SPE's. Muestre que si este es el caso, entonces existen dos pares de movidas (m_1, m_2) y (m_1', m_2') (donde $m_1 \neq m_1'$ o $m_2 \neq m_2'$) tal que se cumple

$$(1)\ \phi_1(m_1, m_2) = \phi_1(m_1', m_2')$$

o,

$$(2)\ \phi_2(m_1, m_2) = \phi_2(m_1', m_2')$$

(iv) Suponga que para cualquier par de movidas (m_1, m_2) y (m_1', m_2'), tales que $m_1 \neq m_1'$ o $m_2 \neq m_2'$, la condición (2) es violada (es decir, el jugador 2 nunca está indiferente entre pares de movidas). Suponga además que existe un NE en estrategias puras del juego en (i) en el cual π_1 es el pago del jugador 1. Muestre que en cualquier SPE del juego en (ii) el pago del jugador 1 es la menos π_1. ¿Es cierta esta conclusión para cualquier NE del juego en (ii)?

(v) Mediante un ejemplo muestre que la conclusión de (iv) falla si la condición (2) se tiene para algunos pares de estrategias (m_1, m_2), (m_1', m_2'), con $m_1 \neq m_1'$ o $m_2 \neq m_2'$, o si reemplazamos la frase *NE en estrategias puras* por *NE en estrategias mixtas*.

Problema 7

Considere el siguiente juego

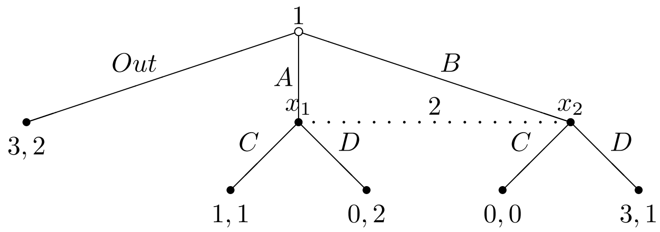
	A	B	C
A	$0,0$	$5,4$	$4,5$
B	$4,5$	$0,0$	$5,4$
C	$5,4$	$4,5$	$0,0$

(i) Verifique que existe un único equilibrio de Nash en el cual el pago esperado de cada jugador es 3.

(ii) Encuentre un equilibrio correlacionado en el cual ambos jugadores obtengan un pago estrictamente mayor que 4.

Problema 8

Considere el siguiente juego en forma extensiva:



(i) Encuentre todos los equilibrios secuenciales en estrategias puras y mixtas.

(ii) ¿Cuáles de ellos son trembling hand perfect?

(iii) Reemplace el pago 3 después de "Out" para el jugador 1 por $3+\delta$, $\delta > 0$. Conteste las preguntas hechas en (i) y (ii).

(iv) Reemplace el pago 3 después de "Out" para el jugador 1 por $3-\delta$, $\delta > 0$. Conteste las preguntas hechas en (i) y (ii).

Problema 9

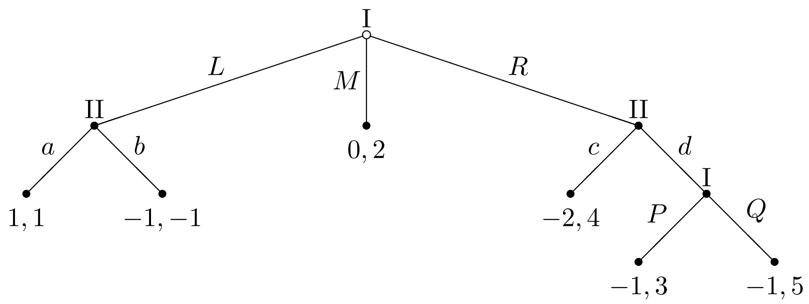
Considere un juego en forma normal entre dos jugadores. Diremos que una estrategia mixta para el jugador i σ_i es *admisible* si da peso igual a cero a todas las estrategias débilmente dominadas. Diremos que un perfil de estrategias $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ es admisible si cada componente lo es para el correspondiente jugador. Pruebe lo siguiente:

(i) Una estrategia σ_i^* es admisible si y sólo si existe una estrategia completamente mixta σ_j^* del otro jugador, tal que σ_i^* es una mejor respuesta frente a σ_j^*.

(ii) Un equilibrio de Nash σ^* es trembling-hand si y sólo si es admisible.

Problema 10

Considere el siguiente juego en forma extensiva:



(i) Determine el número de estrategias puras para cada jugador. ¿Cuál es el número de estrategias reducidas correspondiente?

(ii) Entregue la forma normal reducida del juego.

(iii) Determine los equilibrios en estrategias puras del mismo.

(iv) ¿Cuáles son los SPE's del juego y los pagos correspondientes para cada jugador?

(v) Encuentre todos los pares de estrategias puras reducidas en los cuales una domina débilmente a la otra.

(vi) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas.