DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

# IN51A ECONOMÍA INDUSTRIAL

## CONTROL 1 PRIMAVERA 2007

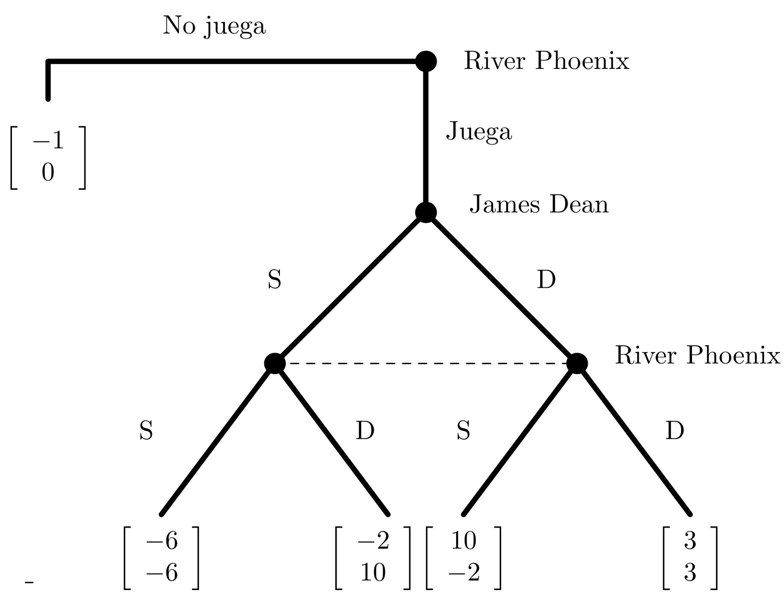
1. Muestre que si un juego tiene un equilibrio en estrategias dominantes (estrictamente), no puede existir otro equilibrio de Nash.(10 pts)

2. En el Memorando sobre la Economía Chilena, Harberger se sorprende por la diferencia entre los precios de los bienes y servicios entre EE.UU. y Chile. De ejemplos de bienes con menor precio en EE.UU., y de la explicación de Harberger para este fenómeno. Haga lo mismo para servicios con menor precio en Chile.(20pts)

3. James Dean reta a River Phoenix a un juego para demostrar su valor (Ver figura). Si River Phoenix acepta, cada uno se sube a un auto, se alejan 500 metros en direcciones opuestas y luego dan vuelta y aceleran en una calle estrecha, uno hacia el otro. El primero que se desvía (D) pierde y el que sigue (S) gana. River Phoenix puede no aceptar, en cuyo caso queda como un cobarde. Los pagos son los indicados en la figura.

   *a*) Encuentre todos los equilibrios perfectos en el subjuego(Hint: para ello, encuentre los equilibrios del subjuego). (20pts)

   *b*) Encuentre un equilibrio que no es perfecto en el subjuego, en el que River Phoenix elige: "No juega". (10pts)



4. Conteste las siguientes preguntas:

   *a*) Resuelva el siguiente juego mediante la eliminación iterada de estrategias dominadas: (5pts)

| | | Jugador 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Izquierda | Centro | Derecha |
| Jugador 1 | Arriba | 1,0 | 1,2 | 0,1 |
| | Abajo | 0,3 | 0,1 | 2,0 |

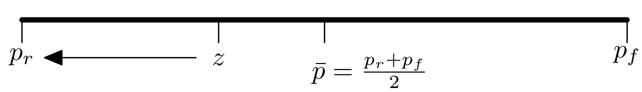
   *b*) Explique por qué, o de un ejemplo que muestre que, la eliminación iterada de estrategias débilmente dominadas puede eliminar equilibrios de Nash y no garantiza que un solo equilibrio bajo esta metodología. (5pts)

   *c*) Explique por qué no se eliminan equilibrios de Nash cuando se usa el método de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas. (10pts)

5. El siguiente problema es común en la tarificación de empresas de distribución eléctrica. La empresa y el regulador proponen tarifas $p^f$ y $p^r$, respectivamente. Actualmente la tarifa final se calcula como $\bar{p} = 1/3p^f + 2/3p^r$. Al regulador le interesa una tarifa baja y la empresa prefiere una que sea alta.

   *a*) Muestre que si el precio máximo posible es $p^h$ y el precio mínimo es cero, el equilibrio de Nash corresponde a $p^h = p^f$ y $p^r = 0$, por lo que $\bar{p} = 1/3p^h$. (10pts)

   Suponga ahora que se propone un cambio en el mecanismo que determina las tarifas. Se convoca a un panel de expertos independientes para que decida el valor correcto. La nueva metodología consiste en que el regulador y la empresa hacen sus propuestas $p^f$ y $p^r$ y el panel de expertos elige una de ellas, sin poder elegir valores intermedios. Suponga que el Panel realiza un estudio (sin la profundidad de los estudios de la empresa y el regulador) del que obtiene una mejor estimación $z$. A partir de ese valor, el Panel elige la alternativa más cercana, es decir elige $p^r$ si $z \leq (p^r + p^f)/2 \equiv \bar{p}$, y el precio $p^f$ si la desigualdad se invierte, como se muestra en la figura:




   Suponga que tanto la empresa como el regulador conocen la distribución de las estimaciones del Panel de Expertos $F(p)$, con densidad asociada $f(p)$ (es decir, $\text{Prob}(z \leq p) = F(p)$). El valor esperado de las tarifas, dadas ofertas $p^r$, $p^f$ es,

$$p^r F(\bar{p}) + p^f \left(1 - F(\bar{p})\right).$$

   *b*) Plantee el problema del regulador y del planificador (hint: las soluciones son interiores). (10pts)

   *c*) (Opcional) Resuelva el problema de maximización de cada parte, para obtener el equilibrio de Nash caracterizado por $(p^r, p^f)$ que satisfacen: (10 pts)

$$F(\bar{p}) = 1/2$$
$$p^f - p^r = 1/f(\bar{p}).$$

   *d*) (Opcional) Interprete el equilibrio. Muestre y explique (con palabras, interpretando los resultados) por qué, si las estimaciones del Panel se hacen más precisas, las tarifas de la empresa y del regulador convergen. (10 pts)

**Pauta Control 1 Economía Industrial**
**Semestre Primavera 2007**

**Pregunta 1.**

Sabemos que una estrategia Si* del jugador i es dominante si:

Ui ($s_i^*$, $s_{-i}$) ≥ Ui ($s_i$, $s_{-i}$) $\forall s_i$ $\forall s_{-i}$ con desigualdad estricta para al menos algún $s_i$

Luego, es la mejor respuesta a todas las estrategias de los demás, y es única, ya que si existieran dos estrategias dominantes $s_i'$ y $s_i''$ se tendría que:

Ui ($s_i'$, $s_{-i}$) ≥ Ui ($s_i$, $s_{-i}$) $\forall s_i$ $\forall s_{-i}$ con desigualdad estricta para al menos algún Si

Ui ($s_i''$, $s_{-i}$) ≥ Ui ($s_i$, $s_{-i}$) $\forall s_i$ $\forall s_{-i}$ con desigualdad estricta para al menos algún Si

En particular Ui ($s_i'$, $s_{-i}$) ≥ Ui ($s_i''$, $s_{-i}$) $\forall s_{-i}$

Ui ($s_i'$, $s_{-i}$) ≤ Ui ($s_i''$, $s_{-i}$) $\forall s_{-i}$

Por lo que la estrategia dominante necesariamente es única (Si' = Si'') ya que de otra manera se viola la condición de desigualdad en la definición de estrategia dominante.

→ Equilibrio en estrategias dominantes es único.

**Pregunta 2.**

Ejemplos de bienes con menores precios en EEUU son algunos bienes durables como automóviles, refrigeradores, aparatos de radios, etc.

Esto sería consecuencia, en parte, de los derechos aduaneros y en parte de las francas prohibiciones para importar estos bienes u otros similares.

Otra manera interesante de interpretar los precios relativamente altos de los bienes durables es la muy baja tasa de depreciación.

*"Un buen auto americano de 1941 se vendería aun por US$ 900, y uno de modelo 1928 puede tener un precio de US$ 300 ó más. En los EE. UU. la mayoría de los autos tan viejos como éstos se habrían descuajaringado y vendido como fierro viejo. Uno ve aquí una verdadera posibilidad de esta economía para capitalizar las diferencias en las tasas de depreciación importando bienes durables servibles desde los EE. UU. a un precio muy bajo en dólares".*

Ejemplos de servicios con menor precio en Chile son cortes de pelo, servicios de taxis, comidas en restaurantes, etc.

*"Todos los viajeros que vienen a un país de bajos ingresos se sorprenden de los precios de los servicios, y yo no fui una excepción. He pagado tan poco como 15 centavos por un corte de pelo (en los EE. UU. cuesta US$ 1,25), y el precio de las carreras de taxi, a pesar del alto costo de los autos, es de alrededor de 20 centavos la milla, la mitad o menos de lo que cuesta en los EE. UU. Las comidas en los restaurantes son algo más baratas que en los EE.UU., pero algo menos que lo que uno esperaría. Un buen almuerzo con una media botella de vino es probable que cueste alrededor de US$ 1,25, y una buena comida llega a US$ 2,00."*

En parte esto se explica por el hecho de haber muchos mozos y sirvientes. Por lo tanto uno adquiere mejor servicio que por una comida más barata. Uno puede fácilmente adquirir los servicios de una empleada o una mujer para que le haga el aseo por un dólar al día —y esto es aún un poco alto. (En las grandes ciudades del norte de los EE. UU. el sueldo por hora de las empleadas domésticas es de US$ 1,00.)" Más adelante se habla sobre el hecho que las empresas productivas prefieren no tener muchos trabajadores, porque pueden causar problemas tales como huelgas, y así prefieren pagar más, pero contratando menos y reemplazándolo por capital. Esto hace que esas empresas tengan listas de espera para entrar a trabajar. Pero la contraparte es un exceso de oferta de trabajo en otros sectores, en particular servicios, porque no requieren capital.

Pauta pregunta 3

a) Encuentre todos los equilibrios perfectos en el subjuego.

Para ello primero encontraremos los equilibrios del subjuego que parte desde el nodo donde juega James Dean. Este subjuego puede representarse por la siguiente matriz

Jeames Dean

| | | S | D |
|---|---|---|---|
| River Phoenix | S | -6<br>-6 | 10<br>-2 |
| | D | -2<br>10 | 3<br>3 |

En este juego hay dos equilibrios de Nash en estrategias puras, estos son (D,S) y (S,D). Además existe un equilibrio en estrategias mixtas. Para esto calcularemos la estrategia mixta de River Phoenix tal que James Dean este indiferente entre jugar S o D.

Supongamos que River Phoenix juega con probabilidad $\sigma$ la acción S y con probabilidad (1- $\sigma$) la acción D.

Con esto

$U(S)_{\text{James Dean}} = \sigma(-6) + (1-\sigma)10=10-16\sigma$

$U(D)_{\text{James Dean}} = \sigma(-2)+(1-\sigma)3=3-5\sigma$

Para que Jeames Dean este indiferente estos pagos deben ser iguales y esto se obtiene con $\sigma = \frac{7}{11}$.

Como el juego es simétrico, tenemos que un estrategia $((\frac{7}{11}, \frac{4}{11})\ (\frac{7}{11}, \frac{4}{11}))$ es equilibrio de Nash.

Por lo que tenemos 3 equilibrios en el subjuego. Los pagos asociados a cada uno de estos equilibrios son (-2,10),(10,-2),(-0.19,-0.19).

Por lo que los equilibrios perfectos en el subjuego

$((J, (\frac{7}{11}, \frac{4}{11})), (\frac{7}{11}, \frac{4}{11}))$

((J,S),D)

((NJ,D),S).

b) Encuentre un equilibrio que no es perfecto en el subjuego, en el que River Phoenix elige: “No juega”.
Un posible equilibrio en el que elige no juega es ((NJ,S),S). Pues ninguno tiene insentivo a desviarse unilateralmente. Si James Dean elige S, el pago más grande que puede obtener River Phoenix de jugar es -2, lo que es menor que -1 de no jugar y como River Phoenix esta eligiendo no jugar, da lo mismo la decisión de James Dean en cuando a los pagos. Por lo que es equilibrio: No es perfecto porque al considerar el subjuego que parte en el nodo donde juega James Dean la estrategia (S,S) no es equilibrio.
El equilibrio que encontramos se basa en una amenaza poco creible.

**Pauta Pregunta 4**

a) Originalmente vemos que para J2, C domina a D:

| | | J2: I | J2: C | J2: D |
|---|---|---|---|---|
| J1 | Arriba | 1, 0 | 1, 2 | 0, 1 |
| | Abajo | 0, 3 | 0, 1 | 2, 0 |

Luego, se elimina D y queda el nuevo juego donde para J1 se tiene Abajo dominada por Arriba:

| | | J2: I | J2: C |
|---|---|---|---|
| J1 | Arriba | 1, 0 | 1, 2 |
| | Abajo | 0, 3 | 0, 1 |

Eliminando entonces Abajo, queda u  juego más simplificado aún, en donde para 2 lo óptimo será elegir C:

| | | J2: I | J2: C |
|---|---|---|---|
| J1 | Arriba | 1, 0 | 1, 2 |

Finalmente, el equilibrio por eliminación de estrategias dominadas será:

| | | J2: C |
|---|---|---|
| J1 | Arriba | 1, 2 |

b) Como sabemos, una estrategia $S_i'$ domina débilmente a otra $S_i$, si se cumple que:

$$u_i(S_i', S_{-i}) \geq u_i(S_i, S_{-i}) \ \forall S_{-i}$$

Con igualdad cumpliéndose para al menos un $S_i'$.

Ahora bien, al usar eliminación iterada de estrategias débilmente dominadas, estamos eliminando estrategias del tipo $S_i$ (que acabamos de describir), es decir, estrategias que son peores o iguales que otra estrategia $S_i'$ para todo set de estrategias del resto de jugadores ($S_{-i}$). En particular, si no son estrictamente dominadas, existe al menos un escenario $S_{-i}$ en el cual el jugador recibe el mismo pago que $S_i'$. Es dicho escenario el que puede significar que al eliminar la estrategia $S_i$, se elimine algún NE que correspondería a esas combinaciones de estrategias para las cuales se obtenía la igualdad de pagos para el jugador i en cuestión, porque ahí está maximizando, dado $S_{-i}$. Todo ello termina dependiendo a su vez del orden en que se eliminen las estrategias, porque este fenómeno descrito se tendrá para los sets de estrategias de todos los jugadores. Y, en definitiva, por esto se pueden eliminar NE del juego o se puede llegar a escenarios con más de un NE.

* en caso de haber explicado con un ejemplo, no basta mostrar el resultado del ejemplo, sino que también debe, por lo menos, mencionarse el tema del orden de eliminación como

aspecto relevante del problema (los equilibrios del juego obviamente deben estar bien sacados para obtener el puntaje).

c) $S_i'$ domina estrictamente a $S_i$ si se cumple $u_i(S_i', S_{-i}) > u_i(S_i, S_{-i})\ \forall S_{-i}$, es decir, $S_i$ estrictamente dominada implica que existe una estrategia (puede incluso haber más de una) $S_i'$ que es mejor para el jugador i antes cualquier jugada del resto de jugadores. Por ello, sabemos con seguridad que i nunca usará dicha estrategia (siempre le será por lo menos más conveniente usar $S_i'$) y, por lo tanto, dicha estrategia no pertenecerá a ningún NE (si nunca se usará por el jugador i, es imposible que esté en un NE), porque un NE es una combinación de estrategias en la que la estrategia de cada jugador es mejor respuesta a lo que hacen los demás. De manera análoga esto se cumplirá para todas las iteraciones y jugadores, hasta que no existan estrategias estrictamente dominadas, en cuyo caso se obtiene el juego que contiene los NE del juego original (o el NE único en caso de que se llegue a una sola combinación de estrategias mediante dichas iteraciones).

**Pregunta 5**

a) Como la empresa desea maximizar el precio $\bar{p}$ a cualquier precio que ponga el regulador, su estrategia estrictamente dominante es fijar $p^f = p^h$ pues si fija $p^f < p^h$ tiene incentivos a desviarse a un precio mayor. Análogamente, como el regulador desea minimizar $\bar{p}$ su estrategia estrictamente dominante será fijar $p^r = 0$. Luego $p^h = p^f$ y $p^r = 0$ es equilibrio en estrategias dominantes y por lo tanto será Nash. La tarifa resultante será $\bar{p} = 1/3p^h + 2/3 \cdot 0 = 1/3p^h$

b) El problema de la firma será resolver

$$\max_{p^f} p^r F(\frac{p^r + p^f}{2}) + p^f(1 - F(\frac{p^r + p^f}{2}))$$

El problema del regulador será

$$\min_{p^r} p^r F(\frac{p^r + p^f}{2}) + p^f(1 - F(\frac{p^r + p^f}{2}))$$

c) Las CPO de los problemas anteriores serán

$$p^r f(\frac{p^r + p^f}{2})\frac{1}{2} + (1 - F(\frac{p^r + p^f}{2})) - p^f f(\frac{p^r + p^f}{2})\frac{1}{2} = 0 \tag{1}$$

y

$$p^r f(\frac{p^r + p^f}{2})\frac{1}{2} + F(\frac{p^r + p^f}{2}) + p^f(f(\frac{p^r + p^f}{2}))\frac{1}{2} = 0 \tag{2}$$

Sumando las ecuaciones se obtiene que

$$(p^r - p^f)f(\bar{p}) = -1$$

y restando se obtiene la primera a la segunda se obtiene

$$2F(\bar{p}) = 1$$

d) Existe un trade-off entre la probabilidad de "ganar" y el precio final en caso de ganar, pues a medida que cada agente elige un precio más conveniente en caso de ganar, disminuye su probabilidad de ganar. En el equilibrio la ecuación $F(\bar{p}) = \frac{1}{2}$ indica que la función de densidad acumulada evaluada en el promedio de los precios que ponen la firma y el regulador debe ser igual a $\frac{1}{2}$. Es decir ambos agentes tienen la misma probabilidad de ganar. Esto quiere decir que si $F(\bar{p}) < \frac{1}{2}$ ocurre, ya sea, que el regulador tiene incentivos a aumentar su probabilidad de ganar aumentando su precio y/o que la firma tenga incentivos a aumentar su precio visto tiene una probabilidad de ganar alta. Ocurre algo análogo si $F(\bar{p}) > \frac{1}{2}$.

Si las estimaciones de panel se hacen más precisa, podemos asumir que para $\bar{p}$ tal que $F(\bar{p}) = \frac{1}{2}$[1] $f(\bar{p})$ será mayor. En el límite, la distribución tendrá un único atómo en $\bar{p}$ con lo cual los precios de los agentes convergerán.

[1] Notar que $\bar{p}$ estará únicamente determinado por la distribución $F$

Figura 1: Función de densidad a medida que estimaciones se hacen más precisas