

Curso de Economía Industrial

Ronald Fischer
CEA-DII
Universidad de Chile

Julio 2007

Contenidos

1. Definiciones.
2. Conceptos de solución en estrategias puras.
3. Inexistencia de equilibrio en estrategias puras: Estrategias mixtas.
4. Perfección en el subjuego.
5. Juegos de información incompleta e imperfecta.

Definición: juego en forma extensiva

1. **Jugadores** $i \in 1 \dots n$ racionales.
2. **Árbol** del juego: nodos asignados a jugadores y ramas (acciones).
3. **Conjuntos de información**: información que posee cada jugador en su nodo.
4. **Estrategias** $s_i \in S_i$ de cada jugador.
5. **Pagos** u_i a los jugadores.

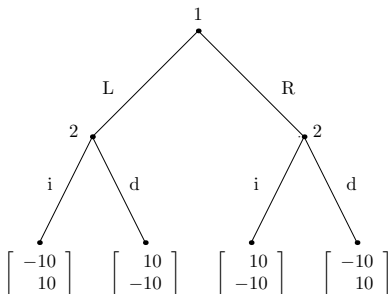
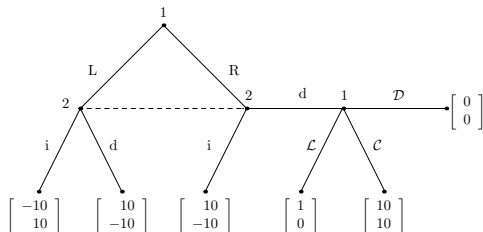


Figura: El juego de la moneda con información completa.

Otro juego



$$S_2 = \{i, d\}$$

$$S_1 = \{(L, \mathcal{L}), (L, \mathcal{C}), (L, \mathcal{D}), (D, \mathcal{L}), (D, \mathcal{C}), (D, \mathcal{D})\}$$

Figura: Un juego con dos etapas.

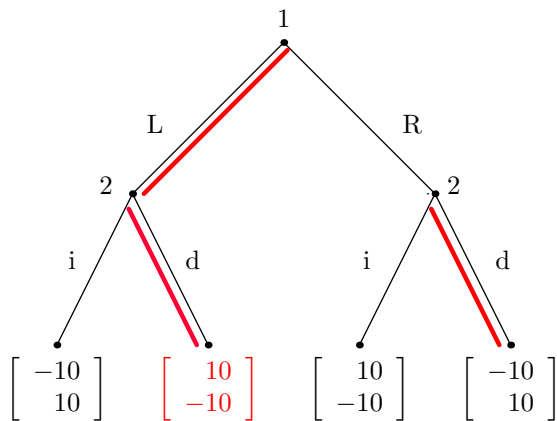
Más definiciones

► Definición

Una **combinación de estrategias** es una n -tupla de estrategias, una por cada jugador: $s \in S \equiv \prod_{i=1}^n S_i$.

- **Notación:** $s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$, la estrategia usada por los demás jugadores (excepto i).
- De acuerdo a esa definición, $s = (s_i, s_{-i})$.

Ejemplos de estrategias



Conceptos de solución

Definición

Una estrategia s_i^* de un jugador i es **mejor respuesta** a s_{-i} si

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i \in S_i$$

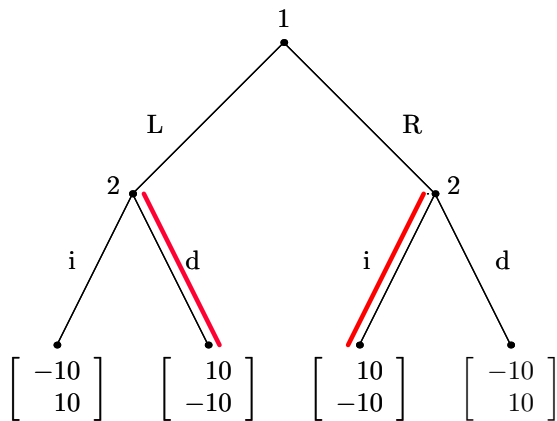
Definición

Una estrategia s_i^* del jugador i es **dominante** si es mejor respuesta ante todas las estrategias de los demás jugadores:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i, \forall s_{-i}.$$

con desigualdad estricta para algún s_i .

Ejemplo de estrategia dominante



Más ...

Definición

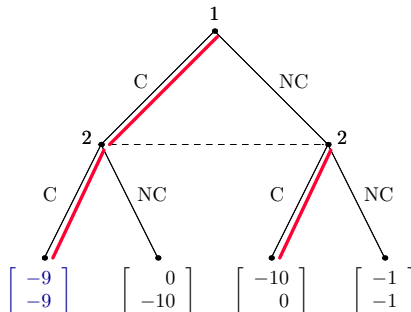
Una estrategia s_i es **débilmente dominada** por s'_i si, $\forall s_{-i}$, se tiene que $u_i(s'_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$, con desigualdad estricta para al menos un s_{-i} .

Equilibrio en estrategias dominantes

Definición

Una combinación de estrategias $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ es un **equilibrio en estrategias dominantes** si cada s_i^* es dominante.

El problema es que **no siempre existe**.



Forma normal de un juego

Definición (Un juego en forma normal es:)

1. *Jugadores racionales*
 $i \in 1, \dots, n$.
2. *Estrategias* $s_i \in S_i$ de cada jugador.
3. *Pagos* $u_i(s)$ a cada jugador.

Cuadro: Dilema del prisionero

Reo 1 \ Reo 2	C	NC
C	-9, -9	0, -10
NC	-10, 0	-1, -1

Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

- ▶ Se eliminan todas las estrategias estrictamente dominadas de 1.
- ▶ En el nuevo juego, se eliminan las estrategias dominadas de 2, y así hasta que no se puede continuar.
- ▶ No siempre **único**, puede depender del orden de eliminación.

Cuadro: Batalla del Mar de Bismark

		Imamura	
		Norte	Sur
Kenney	Norte	2,-3/2	2,-2
	Sur	1,-1	3,-3

Equilibrio de Nash

Definición

Un **equilibrio de Nash** es s^* tal que $\forall i, \forall s_i \in S_i$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Problemas: A veces **no existe**,
a veces hay **múltiples**
equilibrios.

Cuadro: El juego del gallina

1 \ 2	Sigue	Desvía
Sigue	-100, -100	10, 0
Desvía	0, 10	1, 1

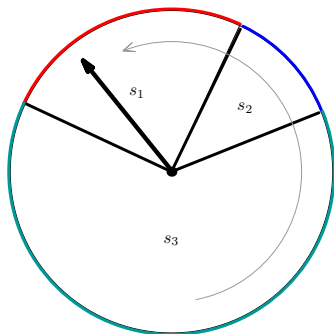
Estrategias mixtas y equilibrios de Nash

Definición

Una **estrategia mixta**

$\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$ es una distribución de probabilidad sobre las m_i estrategias de i .

Notación: $\sigma \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$.



Más definiciones

► Definición

El **pago** a i se la combinación de estrategias σ es:

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

► Definición

Una estrategia σ_i del jugador i es **mejor respuesta** a σ_{-i} si

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \quad \forall \sigma'_i.$$

Mejor respuesta y dominancia en estrategias mixtas

Definition

Una estrategia σ_i del jugador i es *mejor respuesta* a σ_{-i} si

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \quad \forall \sigma'_i.$$

Definition

Una estrategia σ_i del jugador i es *estrictamente dominada* si existe σ'_i tal que $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) < U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i}), \quad \forall \sigma_{-i}$

Propiedades

1. Una estrategia σ está dominada (estrictamente) por la estrategia σ' , si su valor esperado frente a las estrategias *puras* de los rivales ($s_{-i} \in S_{-i}$) es menor. (¡Demostrar!)
2. $\Rightarrow$ una estrategia pura s_i está dominada estrictamente por una estrategia mixta σ_i , si lo está para $s_{-i} \in S_{-i}$.

Ejemplo

		Jugador 2	
		<i>L</i>	<i>R</i>
Jugador 1	<i>T</i>	10, 1	0, 4
	<i>M</i>	4, 2	4, 3
	<i>D</i>	0, 5	10, 2

- ▶ La estrategia *T* es buena contra *L* y mala contra *R*, y *D* es lo contrario.
- ▶ *M* es intermedia contra *R* y *D*.
- ▶ *M* está dominada por $\sigma_1 = (1/2, 0, 1/2)$.

Equilibrio de Nash en Estrategias mixtas

Definición

Un **equilibrio de Nash** es una combinación de estrategias

$\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$ tal que

$$U_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*), \quad \forall i, \quad \forall \sigma_i$$

Un resultado importante

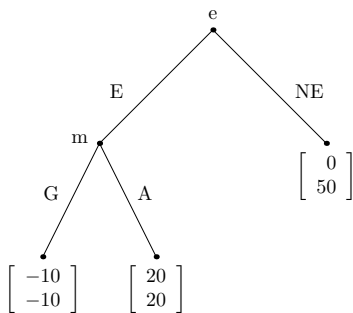
Lemma (Caracterización de equilibrios de Nash)

σ^* es un equilibrio de Nash si y solo si para todo jugador i , si la probabilidad asignada por σ_i^* a una estrategia s_i^j es positiva, entonces s_i^j es mejor respuesta a σ_{-i}^* .

Ejemplo

En el juego del gallina hay tres equilibrios de Nash: (S, D) , (D, S) y una estrategia mixta: $\sigma_1 = \sigma_2 = (9/109, 100, 109)$. La probabilidad de choque es $\approx 1\%$.

Problemas del equilibrio de Nash



- Dos equilibrios de Nash: (NE, G) y (E, A) .
- ¿Cuál es más razonable?

Figura: Juego de entrada de competencia

Perfección en el subjuego

- ▶ Definición

*Un **subárbol** del juego es el subconjunto de nodos y ramas que se origina en un conjunto de información que es **singleton**.*

- ▶ Definición

*Un equilibrio de Nash es **perfecto en el subjuego** (EPS) si en cada subárbol, el equilibrio restringido al subárbol es un equilibrio de Nash.*

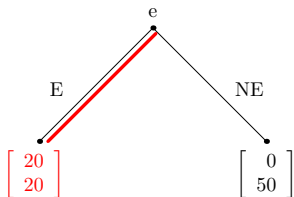
- ▶ Ejemplo

En el juego de entrada de competencia, (NE, G) no es EPS.

Propiedades de un EPS

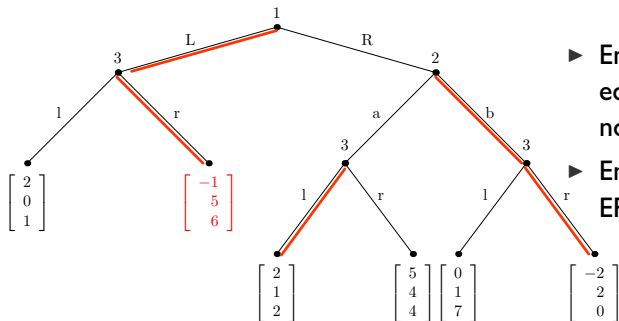
1. Siempre existe. ?'Porqué?
2. En juegos de información perfecta, es único.
3. En juegos de información perfecta, se usa el método de inducción hacia atrás.

Inducción hacia atrás: Entrada de competencia



El juego reducido El EPS es (E, A) .

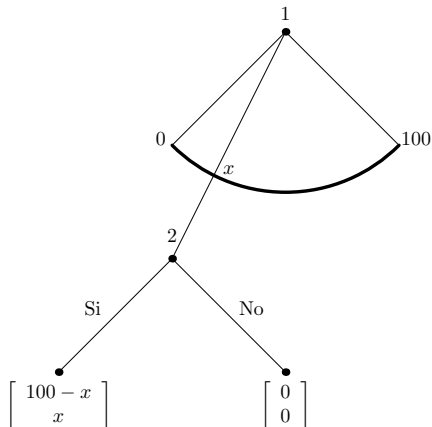
Un ejemplo con tres jugadores



► Encuentre un equilibrio que no es EPS.

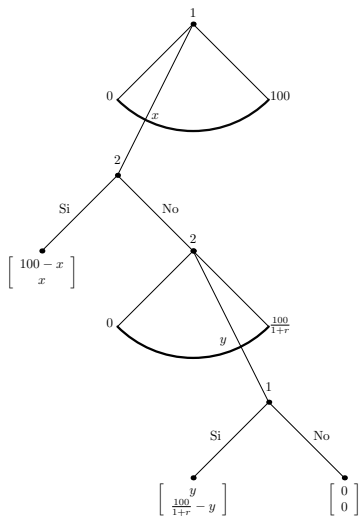
► Encuentre el EPS.

Aplicaciones: El juego del ultimátum



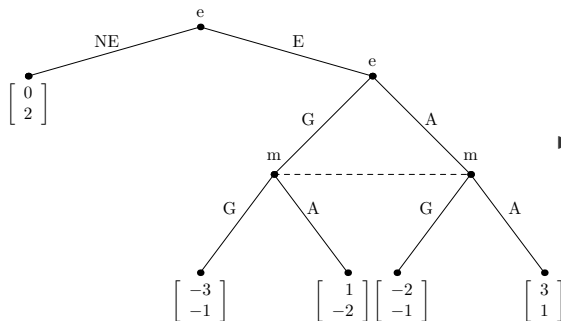
- 1 hace una oferta para dividir \$100.
- 2 puede aceptar o rechazar la oferta.
- Muestre que $\forall x \in (0, 100]$, (x, Si) es un equilibrio.
- Encuentre el (único) EPS.

El juego del ultimátum con dos etapas



- Si el jugador 2 no acepta la oferta de 1, puede hacer una contraoferta.
- Encuentre equilibrios no EPS y el único EPS.
- Generalice al caso de 3 y más períodos.

Información imperfecta y EPS: Entrada de Competencia II



► Muestre que hay tres equilibrios, pero solo uno es EPS.

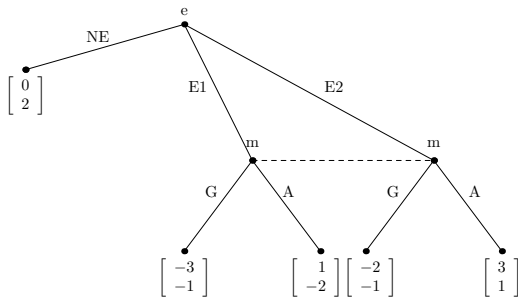
Problemas del EPS: el juego del cienpiés



El único EPS tiene resultado $(1, 1)$.

La inducción hacia atrás tiene resultados contraintuitivos.

Información imperfecta y EPS: Entrada de Competencia II'



- Una modificación trivial de entrada de competencia II.
- Al tener solo un subárbol, EPS no discrimina entre equilibrios de Nash. ¿Cuáles son?

Información imperfecta

- ▶ Definición

*Un juego es de **información imperfecta** cuando algunos CI tienen más de un nodo.*

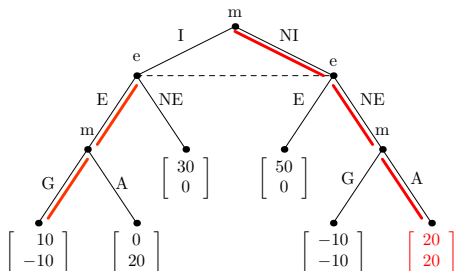
- ▶ Problema: EPS pierde fuerza en ese caso.

- ▶ Definición

*Un juego es de **información incompleta** si los jugadores no conocen todo el juego (los pagos a los demás, por ejemplo).*

- ▶ Problema: Juego no está bien definido $\Rightarrow$ la **transformación de Harsany**.

Entrada de competencia III: Inversión como defensa

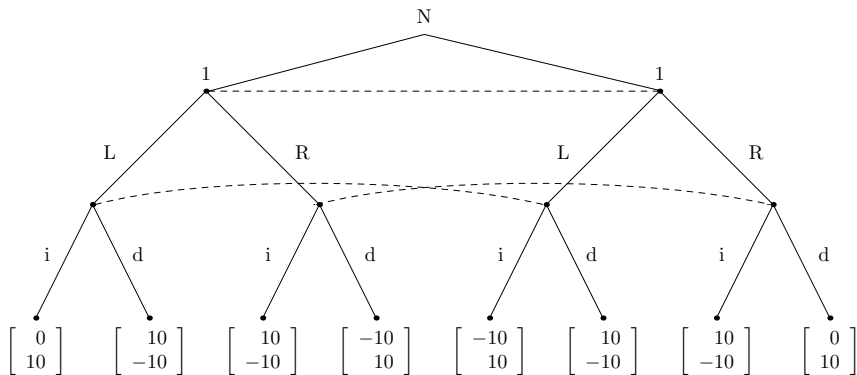


El monopolista puede invertir para prevenir la entrada. En el EPS no hay entrada e inversión ineficiente. El juego con inversión no observable: Ahora $s_1 = (I, G, A)$ no es mejor respuesta a $s_2 = E$. El equilibrio sin inversión y con entrada ahora es EPS. **A veces es mejor saber menos.**

Transformación de Harsany y Eq. de Nash Bayes

- ▶ Introduce un nuevo jugador: **Naturaleza**.
- ▶ Cada jugador tiene tipos θ_i correspondiendo a los distintos valores de sus pagos.
- ▶ Naturaleza elige un tipo de cada jugador.
- ▶ Las estrategias de i dependen de su tipo: $s_i(\theta_i)$.
- ▶ En el ENB cada jugador maximiza la utilidad esperada dado las estrategias (que dependen de los tipos) de los demás.

Un ejemplo: el juego de la moneda modificado



Equivalencia de licitaciones

- ▶ Remate inglés y sobre cerrado, segundo precio son equivalentes:
 - ▶ Estrategia dominante en remate es subir hasta la valoración propia. Máxima valoración paga la segunda valoración. Esto ocurre en sobre cerrado, segundo precio al usar la estrategia dominante de ofrecer la valoración.
- ▶ Remate holandés y sobre cerrado, primer precio son equivalentes:
 - ▶ Bajo sobre cerrado, primer precio, siempre se debe anotar un valor menor que la valoración. Usando toda la información, existirá un equilibrio en que el jugador i anota $p_i(v_i) < v_i$, y gana el que tiene la máxima valoración. Pero podría haber calculado ese número y gritado “Stop” al llegar a éste en remate holandés.

Equivalencia de licitaciones, caso general

Proposición

Supongamos jugadores neutrales al riesgo, con valoraciones independientes extraídas de una distribución común sin átomos. Todo mecanismo de licitaciones que satisface:

- I. El objeto lo recibe el participante con la mayor valoración,*
- II. El licitante con la menor señal posible recibe un excedente de cero;*

entrega el mismo valor esperado por el objeto.

Nota: Todos los mecanismos usuales de licitación satisfacen estas propiedades y por lo tanto son equivalentes.

El problema de la colusión

La colusión puede deberse a la iteración del juego (ver sección superjuegos), o a características del método.

El gran problema de las licitaciones (o remates) es evitar que los participantes se pongan de acuerdo.

En las licitaciones de frecuencia en EE.UU., algunas firmas ofrecían precios del tipo \$170.214, con el que indicaban su interés en el lote \$214.

Resistencia a la colusión de los métodos

Ejemplo

$$N = 5, v_1 = 40, v_2 = 70, v_3 = 100, v_4 = 140, v_5 = 170.$$

- ▶ Sin colusión, en remate inglés, gana 5 y paga 140.
- ▶ Si 3, 4, 5 se ponen de acuerdo para que 5 ofrezca 170, los demás 70, generan un excedente de 100. **iNo hay incentivos a desviarse!**
- ▶ En licitación de sobre cerrado primer precio, si 3, 4, 5 llegan al mismo acuerdo, 5 debe anotar $70 + \epsilon$ en su sobre. Si 4 se desvía y anota $70 + 2\epsilon$, gana y se queda con el excedente $\Rightarrow$ **tentación a desviarse.**

Concesiones de Obras Públicas

- ▶ Necesidad de invertir para resolver problemas de infraestructura en los 90.
- ▶ Gobierno no deseaba endeudarse.
- ▶ Gobierno deseaba destinar recursos de obras públicas a rutas que no pudieran autofinanciarse.
- ▶ Los que se benefician pagan por las rutas.

El problema de la renegociación

- ▶ La renegociación de los contratos es a menudo necesaria: no se puede prohibir.
- ▶ La renegociación transforma la relación competitiva *ex ante* en un monopolio bilateral *ex post*. (**Transformación fundamental** (Williamson)).
- ▶ En el caso con participación del Estado, potencial de **corrupción**.

ANEXO N°5

MODIFICACIONES DE CONTRATO PROGRAMA DE CONCESIONES (listados en orden cronológico de los proyectos adjudicados)

Cifras en Millones de Dólares

5/4/02

PROYECTO CONTRATO	AÑO ADJUDICACIÓN	VALOR INVERSIÓN ORIGINAL	CONVENIOS DE MODIFICACIÓN ⁽¹⁾	VALOR ESTIMADO MODIFICACIONES ⁽¹⁾	MOD/INV
Túnel El Melón	1993	42	-	-	0,0%
Camino de La Madera	1994	34	-	-	0,0%
Acceso Norte Concepción	1995	230	-	-	0,0%
Autopista Santiago-San Antonio (R78)	1995	160	3	47	29,3%
Camino Nogales-Puchuncaví 2 ⁽²⁾	1995	12	-	-	0,0%
Aeropuerto Puerto Montt	1995	12	1	3	26,7%
Aeropuerto Iquique	1995	12	1	5	40,8%
Acceso Vial Aeropuerto AMB ⁽³⁾	1996	12	2	4	29,2%
Tramo Ruta 5: Talca-Chillán	1996	126	4	142	112,7%
Tramo Ruta 5: Santiago-Los Vilos	1996	272	4	134	49,4%
Camino Santiago-Colina-Los Andes	1996	146	3	29	19,9%
Tramo Ruta 5: La Serena-Los Vilos ⁽⁴⁾	1997	265	2	3	1,1%
Tramo Ruta 5: Chillán-Colipulli	1997	224	2	32	14,1%
Aeropuerto La Serena	1997	4	-	-	0,0%
Aeropuerto Calama	1997	4	-	-	0,0%
Tramo Ruta 5: Temuco-Río Bueno	1997	203	1	3	1,5%
Tramo Ruta 5: Río Bueno-Puerto Montt ⁽⁵⁾	1997	239	1	5	2,1%
Aeropuerto AMB Pasajeros y Carga ⁽⁶⁾	1997	200	2	48	24,0%
Tramo Ruta 5: Colipulli-Temuco	1998	259	3	41	15,8%
Ruta 68 - Troncal Sur	1998	400	3	70	17,5%
Tramo Ruta 5: Santiago-Talca ⁽⁷⁾	1998	750	3	8	1,1%
Sistema Oriente-Poniente (Costanera Norte)	2000	300	2	96	32,0%
Aeropuerto Concepción ⁽⁸⁾	2000	21	1	1	4,8%
Aeropuerto Cerro Moreno Antofagasta	2000	8	-	-	0,0%
Aeropuerto Punta Arenas	2000	10	-	-	0,0%
Red Vial Litoral Central	2000	70	-	-	0,0%
Sistema Norte-Sur	2000	440	-	-	0,0%
Américo Vespucio Sur	2001	250	-	-	0,0%
Variante Melipilla	2001	17	-	-	0,0%
Embalse El Bato	2001	31	-	-	0,0%
TOTAL GENERAL		4.753	38	671	14,1%
TOTAL AVANZADOS ⁽⁹⁾		3.945	38	671	17,0%

Mecanismos de licitación

- ▶ Mecanismos de plazo fijo (menor peaje, menor plazo, etc).
 - ▶ Riesgo de tráfico.
 - ▶ Difícil de adaptar: poco flexible (mayor riesgo de corrupción).
- ▶ VPI: Concesión dura hasta que se reúne una suma prefijada (en VP).
 - ▶ Menor riesgo.
 - ▶ Más flexible.
 - ▶ Peor manejo de la demanda.

Problemas comunes a todos los sistemas

- ▶ Doble rol del MOP: regulador y promotor.
- ▶ ¿Qué hacer en el caso de necesitarse subsidios?
- ▶ Potencial de corrupción en obras públicas.
- ▶ Evaluación social de los proyectos: el rol de Hacienda.

Uso de VPI

- ▶ Ruta Santiago–Valparaíso.
- ▶ Seguro similar ofrecido por el MOP en 2003.
- ▶ Otros proyectos ofrecidos en India y otros países.

Litoral Centro: out of the shadows

[Project Finance](#). London: [Nov 2004](#). pg. 1

» [Jump to full text](#) 

Subjects: [Toll roads](#), [Roads & highways](#), [Project finance](#)
 Classification Codes: [9175 Western Europe](#), [8370 Construction & engineering industry](#), [3400 Investment analysis & pe finance](#)
 Locations: [Portugal](#)
 Document types: Feature
 Section: *Deal Analysis*
 Publication title: [Project Finance](#). London: [Nov 2004](#). pg. 1
 Source type: Periodical
 ISSN/ISBN: 13502700
 ProQuest document ID: 783784861
 Text Word Count: 1009
 Document URL: <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=783784861&sid=2&Fmt=3&clientId=11201&RQT=309&VNr>

More Like This » [Show Options for finding similar documents](#)

Abstract (Document Summary)

The Litoral Centro deal marks the Portuguese government's desire to move beyond curtailing its liability under the shadow road regime, and on to limiting the upside to the private sector on real toll projects. This real toll financing is for the first new road project to close in Portugal for two years and is Europe's **first variable-term real toll concession**. The Brisal consortium won the design-build-finance-operate Eu795 million project, which involves the construction of 98.4km of highway along the Atlantic coast, linking Marinha Grande and Mira. The project is backed by a Eu575 million multi-tranche commercial bank and EIB facility lead arranged by Banco Comercial Portugues, Caixa Geral, Mizuho, Depfa and Banco Santander de Negocios Portugal.

The concession will come to an end when the net present value (NPV) of the total toll revenue collected reaches Eu784 million, subject to a minimum period of 22 years and a maximum period of 30 years. The concession ends after 30 years, regardless of whether the consortium reaches the revenue threshold. **The project's structure owes a great deal to the experience of the Chilean road sector, which, starting with Rutos del Pacifico, has pioneered variable length concessions.**