DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN47B - Ingeniería en Operaciones
Sem.: Primavera 2007
Profs.: A. Weintraub-J. Miranda-M.P. Salvatierra.
Auxs.: D. Leng - G. Romero

PAUTA CONTROL # 1
Fecha: 14 de Septiembre 2007

Problema 1 (40 %)

El modelo de programación lineal es el siguiente:

a) **Variables**

- $y_h = \begin{cases} 1 & \text{si se instala una bodega en la ubicación } h. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$
- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ se asigna al cluster } j. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$
- $z_{jh} = \begin{cases} 1 & \text{si el cluster } j \text{ se asigna a la bodega ubicada en } h. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$
- $w_j = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } j \text{ se define como centroide.} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$

b) **Restricciones:**

- Se deben instalar M bodegas:
$$\sum_h y_h = M$$
- Se deben definir K clusters:
$$\sum_j w_j = K$$
- No superar la cantidad máxima de productos en cada cluster:
$$\sum_i d_i x_{ij} \leq Q \quad \forall \ j.$$
- Se debe asignar a cada cliente a un solo cluster:
$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall \ i.$$
- Se debe asignar a cada cluster a una sola bodega:
$$\sum_h z_{jh} = 1 \quad \forall \ j.$$
- No se puede asignar un cluster a una bodega que no este operativa:
$$z_{jh} \leq y_h \quad \forall \ j, h.$$

- No se puede asignar a un cliente a un cluster que no existe:

$$x_{ij} \leq w_j \quad \forall \;\; i, j.$$

- No se puede asignar una bodega si el cluster no existe:

$$z_{jh} \leq w_j \quad \forall \;\; h, j.$$

- Restricción de adyacencia:

$$\sum_{j \in R(j)} w_j \leq (1 - w_j)M \quad M >> 1$$

- Naturaleza de las variables.

$$y_h, x_{ij}, z_{jh}, w_j \in \{0, 1\} \qquad \forall \, i, j, h.$$

c) **Función Objetivo:**

$$Minimizar \quad Z = \sum_h C_h y_h + \sum_{i,j} d_{ij} x_{ij} + \sum_{j,h} d_{jh} z_{jh}$$

Problema 2 (40 %)

1. El modelo de programación lineal mixta es el siguiente:

   a) **Variables**

   - $y_i = \begin{cases} 1 & \text{si se instala una planta en la ubicación } i. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$
   - w_{ij}= Cantidad a enviar desde la planta i al cliente j.

   b) **Restricciones:**

   - Capacidad de producción de las plantas:

   $$\sum_j w_{ij} \leq c_i y_i \quad \forall \; i.$$

   - Satisfacción de la demanda:

   $$\sum_i w_{ij} = d_j \quad \forall \; j.$$

   - Naturaleza de las variables.

   $$y_i \in \{0, 1\} \qquad \forall \; i.$$

   $$w_{ij} \in \Re \qquad \forall \; i, j.$$

   c) **Función Objetivo:**

   $$Minimizar \quad Z = \sum_i F_i y_i + \sum_{i,j} t_{ij} w_{ij}$$

   Para abordar el problema se debe definir el vector solución $x = (y, w)$ del modelo anterior. La componente y se relaciona a la decisión de instalación de plantas y la variable w a la decisión de envió de flujo de plantas a clientes.

La búsqueda se hace sobre la variable binaria y, ya que al definir estas variables es posible resolver un problema de flujo en redes de manera sencilla (tiempo polinomial).

Sea $\overline{x} = (\overline{y}, \overline{w})$ una solución factible. Una primera solución factible se puede obtener abriendo todas las plantas ($y_i = 1 \ \ \forall\ i.$) obteniendo los flujos resolviendo un problema de transporte y, sea L la lista Tubú.

Para poder construir la heurística tabú se deben definir los siguientes elementos:

1) $V(\overline{x})$: Vecindad de $\overline{x}$ que corresponden a las soluciones vecinas. Por ejemplo, se pueden definir las siguientes vecindades:
   a) Poner en operación alguna planta que este cerrada ($y_i = 0 \Rightarrow y_i = 1$).
   b) Cerrar alguna planta que este en operación ($y_i = 1 \Rightarrow y_i = 0$).
   c) Realizar un "swap"que corresponde a hacer (1) y (2) simultáneamente.
2) Proceso de selección de la solución de mejor función objetivo dentro de la vecindad $V(\overline{x})$. Sea $\widetilde{x}$ esta solución:
   a) Si $\widetilde{x}$ está en la lista tabú L, esta se descarta y se selecciona otra solución.
   b) Si no está se debe agregar a la lista L y se cambia $\overline{x}$ por $\widetilde{x}$ Se debe volver a (1).
3) Si ninguna de las soluciones en $V(\overline{x})$ es mejor que $\overline{x}$ podría indicar que estamos en un mínimo local del problema. Para poder salir de este mínimo se pueden adoptar las siguientes estrategias para generar una nueva vecindad:
   a) Diversificar la solución alterando significativamente a $\overline{x}$.
   b) Utilizar alguna solución de la lista tabú L.
4) Adicionalmente se deben definir los criterios de parada de la heurística. Entre estos se pueden mencionar los siguientes:
   a) Cantidad máxima de iteraciones.
   b) Tiempo máximo de CPU.
   c) Alcanzar una solución i que sea mejor que cierto valor fijado al principio. Se puede definir un Gap con la solución de la relajación lineal.

2. Considere ahora el siguiente problema que enfrenta la misma empresa de la parte anterior. Asuma que ésta posee tres plantas productoras de un único producto cuyas capacidades de producción son 7, 8 y 5 toneladas respectivamente. Sus únicos dos clientes, A y B, demandan 12 y 13 toneladas del producto respectivamente[1]. Los costos unitarios asociados al transporte entre planta y cliente se muestran en la Tabla 1:

C_{ij}	A	B
1	5	3
2	5	6
3	5	2

Tabla 1: Costos unitarios de transporte.

   a) Suponga además que se permite transportar productos desde la planta 1 a la 3, y de la 2 a la 3 con costo nulo. Defina y aplique un algoritmo para encontrar la distribución óptima de flujos, y en caso de existir otra solución óptima, encuéntrela. Exprese gráficamente la(s) solución(es) en una red.

   Se observa que existe exceso de demanda, por lo tanto se debe crear una planta extra que tenga la cantidad excedida, en este caso 5 toneladas del producto.

   Además el problema permite transportar productos entre las misma plantas, luego para resolver este problema se aplicará el algoritmo de Hitchcock con el tableau extendido [2]. La matriz de costos es la que se observa a continuación en la Figura 1.

[1]Suponga que el costo por no cumplir con la demanda es nulo, y que la empresa abastece a sus clientes con su máxima producción.

[2]Pueden utilizar otro algoritmo, mientras lleguen al óptimo y esté bien explicado.

	1	2	3	4	A	B	Si
1	0	∞	0	∞	5	3	7+25
2	∞	0	0	∞	5	6	8+25
3	∞	∞	0	∞	5	2	5+25
4	∞	∞	∞	0	0	0	5+25
A	∞	∞	∞	∞	0	∞	25
B	∞	∞	∞	∞	∞	0	25
Dj	25	25	25	25	12+25	13+25	

Figura 1: Tableau extendido.

El paso siguiente es buscar una solución inicial (con el método del costo mínimo).

	1	2	3	4	A	B	Si
1	0	∞	0	∞	5	3	7+25
	25	-	7	-	-	-	
2	∞	0	0	∞	5	6	8+25
	-	25	8	-	-	-	
3	∞	∞	0	∞	5	2	5+25
	-	-	10	-	7	13	
4	∞	∞	∞	0	0	0	5+25
	-	-	-	25	5	-	
A	∞	∞	∞	∞	0	∞	25
	-	-	-	-	25	-	
B	∞	∞	∞	∞	∞	0	25
	-	-	-	-	-	25	
Dj	25	25	25	25	12+25	13+25	

Figura 2: Tableau extendido-Solución inicial.

Ahora se debe ver si se está en el óptimo, para lo cual se deben calcular los u_i y los v_j para las variables básicas.
Se observa que los costos de oportunidad de las variables no básicas son todos no negativos $[c_{ij} - u_i - v_j]$, por lo tanto nos encontramos en el óptimo.
Costo total = 7·5 +13·2 =61 [um] (se debe incluir solución gráfica)

	1	2	3	4	A	B	ui
1	0	∞	0	∞	5 [10]	3 [5]	0
2	∞	0	0	∞	5 [10]	6 [8]	0
3	∞	∞	0	∞	5	2	0
4	∞	∞	∞	0	0	0 [3]	-5
A	∞	∞	∞	∞	0	∞	-5
B	∞	∞	∞	∞	∞	0	-2
vj	0	0	0	5	5	2	

Figura 3: Cálculo de los u_i y los v_j .

b) Suponga ahora, que si no abastece por completo la demanda de B incurrirá en un costo muy elevado por perder al cliente. Sin realizar cálculos, indique cómo cambiarían las soluciones de la parte a) bajo este nuevo supuesto.

Si el costo de no satisfacer la demanda de B por completo es muy alto, se debe imponer que el costo de transporte desde la planta nueva (planta 4) al cliente B es infinito. Luego no se asignarán productos a esa ruta.

Problema 3 (20 %)

Responda en forma breve las siguientes preguntas (en no más de 5 líneas):

1. Describa las etapas necesarias para la realización de un proyecto de simulación. Aplíquelo a alguna problemática real.

   En esta pregunta se deben definir los siguientes elementos y aplicarlos a un caso real: Las etapas son:

   a) **Formulación del problema**: En esta etapa se deben definir los objetivos, alcances y resultados esperados del estudio.

   b) **Recolección de los dato e información de entrada**: En esta etapa se den definir las variables que servirán de entrada para el modelo, medirlas en forma empírica y ajustar las distribuciones teóricas para poder simularlas mediante algún tipo de test de bondad de ajuste.

   c) **Construcción del modelo computacional**: En esta etapa se construye el modelo computacional sobre la base de un modelo conceptual. Acá se deben diseñar las relaciones lógicas y "trucos"de modelación para representar el "modelo real".

   d) **Verificación del modelo**: En esta etapa se debe responder a la pregunta: ¿El modelo computacional hace lo qué realmente pensamos?. En esta etapa se debe utilizar diferentes controles como contadores, control de las mediciones a través de sistemas modulares y las trayectorias lógicas que gobiernan las interacciones entre los distintos procesos mediante por ejemplo animaciones.

e) **Validación del modelo**: En esta etapa se responde a la pregunta: ¿El modelo de simulación representa la realidad del sistema?. Acá se deben construir indicadores para evaluar el desempeño del sistema y cuantificar las potenciales mejoras.

2. Discuta la siguiente afirmación: "Por fin conseguí que las telefonistas de mi empresa estén ocupadas el 95 % de su tiempo". ¿esto es bueno para la empresa? ¿qué efectos produce esta medida?

   Existe una relación directamente proporcional entre el nivel de utilización de los recursos (telefonistas) y los tiempos promedios de espera de las llamadas. Esto quiere decir que, si las telefonistas están siempre ocupadas, el tiempo de espera promedio en cola puede tender a infinito, ante cualquier eventualidad o problema en la atención que tengan.

3. ¿Cuál es la mejor solución para estimar una distribución empírica cuando existe ausencia de datos?

   Existen esencialmente 2 soluciones:

   a) Utilizar directamente la distribución empírica. Esto quire decir que se utilicen directamente las mediciones realizadas.

   b) Utilizar una distribución triangular, en donde se deben definir 3 elementos, el valor máximo de la variable, el mínimos y el valor más probable.

Bonus(1.0 pto.)

Responda (en no más de 5 líneas) las siguientes preguntas relacionadas a la charla del profesor Cristián Cortes. Este puntaje se considera dentro de la pregunta 3, siendo posible obtener como nota máxima un 8.0.

1. ¿En qué aspectos del modelo se consideró estocasicidad? ¿Cómo se manejo?

   En la demanda (dinámica, no estocástica ya que solo se iba generando en el tiempo, pero no existían cancelaciones ni que la demanda final fuera menor a lo pedido inicialmente), y en los tiempos de viaje (con velocidades variables según las condiciones de trafico, las que varían a lo largo del día con trafico para llegar al centro en la mañana y trafico para salir del centro en la tarde)

2. Explique qué ventajas trae la utilización de funciones multiobjetivo.

   Con la utilización de la optimización multiobjetivo la solución corresponde a un conjunto de secuencias de ruteo que forman el conjunto de Pareto Óptimo. Además, permite definir políticas de servicio, esto es, no se obtiene un punto como solución, sino que una curva que permite tomar las decisiones a mano.