



CONTROL N°1
OTOÑO 2006

PROBLEMA 1 (30 %)

El modelo de programación dinámica es el siguiente:

- **Etapas del modelo:** Períodos de tiempo t ($t = (1, \dots, T)$).
- **Variables de estado:** Nivel de inventario al comienzo del período t . Esta variable será llamada s_t .
- **Variable de decisión:** Corresponde a la cantidad a producir. Esta variable será llamada e_t .
- **Demandas observadas en cada período:** Esta variable será llamada d_t .
- **Relación recursiva:**

$$s_{t+1} = \max\{0, s_t + e_t - d_t\}$$

- **Función de utilidad:**

$$U(e_t, d_t, s_t) = P \cdot \min(d_t, e_t + s_t) - C \cdot e_t - K \cdot r_t - I \cdot \max(0, d_t - e_t - s_t)$$

con el parámetro $r_t = 1$ si se ordena producir en el período t y 0 en caso contrario.

- **Función de beneficio acumulado:**

$$B_t(e_t, s_t) = E_{d_t}\{U(e_t, d_t, s_t) + B_{t+1}^*(s_{t+1})\}$$

PROBLEMA 2 (30 %)

Considere el conjunto de pesos $w_i \forall i = 1, \dots, n$

Conjunto de ejemplos x_j y salidas t_j con $j=(1, \dots, J)$:

$$\begin{aligned} \vec{x}_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & t_1 &= 1 \\ \vec{x}_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} & t_2 &= 1 \\ \vec{x}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} & t_3 &= 1 \\ \vec{x}_4 &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} & t_4 &= -1 \end{aligned}$$

Iteración 1

1. Sea el conjunto de pesos iniciales $w_0 = (0 \ 0 \ 0)$.
2. Debido a que se cumple que $\langle \vec{w}_0 \cdot \vec{x}_j \rangle = 0 \ \forall \ j$. Todos los ejemplos están mal clasificados.
3. Actualizar el valor del vector de pesos w_0 .

$$\vec{w}_1 = \vec{w}_0 + t_1 \cdot x_1 = (0 \ 0 \ 0) + 1 \cdot (1 \ 1 \ 1) = (1 \ 1 \ 1)$$

Iteración 2

1. Sea el conjunto de pesos $w_1 = (1 \ 1 \ 1)$.
2. Comprobar la regla de clasificación:
 - $\langle \vec{w}_1 \cdot \vec{x}_2 \rangle = (1 \ 1 \ 1) \cdot (1 \ 1 \ -1) = +1$ y como $t_2 = +1$ el ejemplo está bien clasificado. El vector de pesos w_1 no cambia.
 - $\langle \vec{w}_1 \cdot \vec{x}_3 \rangle = (1 \ 1 \ 1) \cdot (1 \ -1 \ 1) = +1$ y como $t_3 = +1$ el ejemplo está bien clasificado. El vector de pesos w_1 no cambia.
 - $\langle \vec{w}_1 \cdot \vec{x}_4 \rangle = (1 \ 1 \ 1) \cdot (1 \ -1 \ -1) = -1$ y como $t_4 = -1$ el ejemplo está bien clasificado. El vector de pesos w_1 no cambia.
 - $\langle \vec{w}_1 \cdot \vec{x}_1 \rangle = (1 \ 1 \ 1) \cdot (1 \ 1 \ 1) = +3$ y como $t_1 = +1$ el ejemplo está bien clasificado. El vector de pesos w_1 no cambia.

El vector de pesos óptimo es $w_1 = (1 \ 1 \ 1)$, ya que clasifica bien a todos los ejemplos.

PROBLEMA 3 (20 %)

1. Tiempo promedio de espera considerando 8 entidades generadas para el sistema:

$$d_8 = \frac{\sum_{i=1}^8 D_i}{8}$$

- $D_1=0$
- $D_2=3,4 - 2,6= 0,8$
- $D_3=4,1 - 3,1= 1,0$
- $D_4= 0$
- $D_5=5,9 - 5,0= 0,9$
- $D_6=9,6 - 6,6= 3,0$
- $D_7=9,6 - 6,8= 2,8$
- $D_8=9,6 - 8,2= 1,4$

$$d_8 = \frac{9,9}{8} = 1,23 \text{ minutos}$$

2. Largo promedio de pacientes en cola:

$$q(8) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot T_i}{T(8)}$$

T_i = intervalo de tiempo en que hay i clientes en cola:

- $T_0 = (2,6 - 0) + (5,0 - 4,1) + (6,6 - 5,9) = 4,2$
- $T_1 = (3,1 - 2,6) + (4,1 - 3,4) + (5,9 - 5,0) + (6,8 - 6,6) = 2,3$
- $T_2 = (3,4 - 3,1) + (8,2 - 6,8) = 1,7$
- $T_3 = (9,6 - 8,2) = 1,4$
- $T_i = 0 \quad \forall i = (1, \dots, \infty)$, debido a que nunca existen más de 3 personas en cola.

$$q(8) = \frac{0 \cdot 4,2 + 1 \cdot 2,3 + 2 \cdot 1,7 + 3 \cdot 1,4}{9,6} = \frac{9,9}{9,6} = 1,03$$

En conclusión, el largo promedio es de 1,03 entidades en cola. La figura 1 ilustra lo antes descrito.

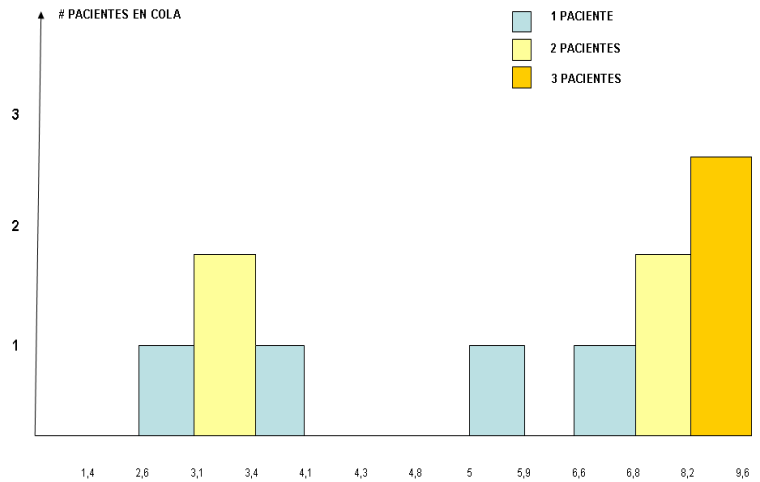


Figura 1: Evolución del largo de la cola.

3. Utilización del doctor (U):

Sea:

$$B(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si el doctor está ocupado en el instante } t. \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Se define la utilización:

$$U = \frac{\int_0^{T(n)} B(t) dt}{T(n)} = \frac{(4,3 - 1,4) + (9,6 - 4,8)}{9,6} = \frac{7,7}{9,6} = 80,2\%$$

En conclusión, un 80,2% del tiempo el doctor está ocupado en la atención de un paciente. La figura 2 ilustra lo antes descrito.

4. Entre los indicadores posibles se pueden mencionar:

- Tiempo promedio de espera.
- Largo promedio de la cola (sala de espera),
- Utilización del doctor.
- Número de clientes atendidos
- Número de clientes no atendidos.
- Tiempo de ciclo.

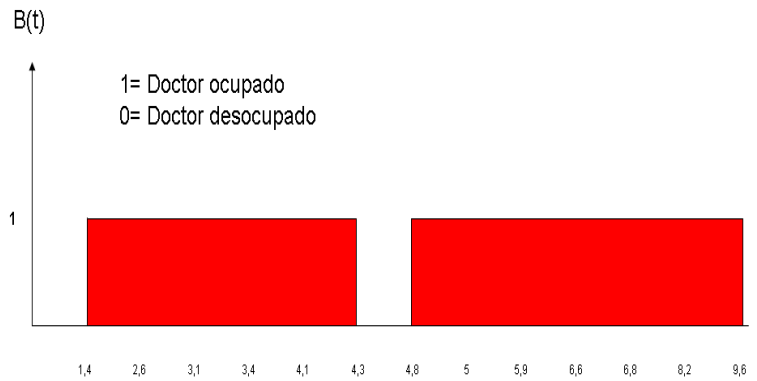


Figura 2: Evolución de la utilización del tiempo del recurso doctor.

PROBLEMA 4 (20 %)

1. Existe una relación directamente proporcional entre la utilización de los recursos y los tiempos promedios de espera. Esto quiere decir que, si el servidor está siempre ocupado el tiempo de espera promedio en cola puede tender a infinito, ante cualquier eventualidad o problema en la atención que tenga el servidor.
2. Las capas ocultas sirven para estimar las caras del poliedro que define la región de separación de clases en un problema de clasificación.
3. La distribución que traería problemas es la distribución Normal. Esto se debe a que puede arrojar valores negativos, los que no pueden ser utilizados como tiempos.
4. Es posible generar un test de separabilidad guardando el valor de los pesos \vec{w}_i de la iteración i . El problema será no linealmente separable si en alguna iteración k ($i \neq k$) se repite algún valor ya calculado para el conjunto de pesos \vec{w} .

BONUS (1.0 pts.)

1. Los elementos básicos para un Call Center son:
 - Recursos productivos: Ejecutivos - líneas telefónicas
 - Configuración del proceso Procedimientos y reglas de las operaciones. FIFO-LIFO-Prioridades.
 - Carga de trabajo: Tipo, frecuencia y comportamiento de la llamadas.
 - Niveles de servicio Indicadores de la calidad del servicio llamadas perdidas y atendidas.
 - Tiempos de atención por tipo de llamadas.
2. Los indicadores utilizados fueron:
 - Número de clientes perdidos.
 - Número de clientes atendidos.
 - Utilización de los ejecutivos.
 - Tiempos y largos promedios en cola.