Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

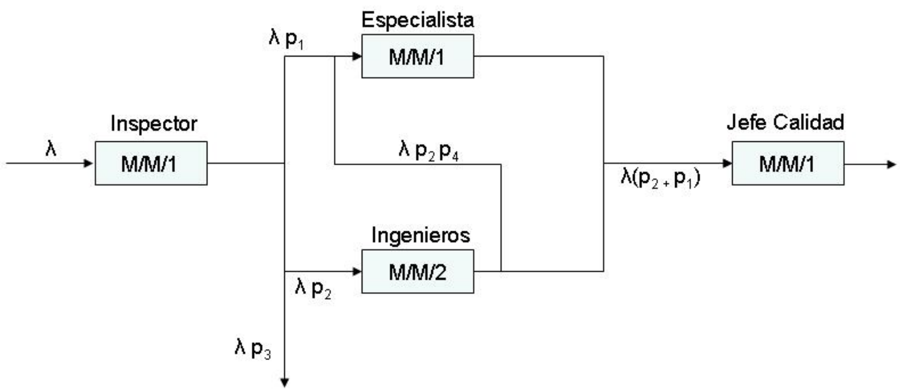
IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: C.Araya, J.Gacitua L.Reus, R.Wolf

Solución Auxiliar

Martes 13 de Noviembre de 2007

Problema 1

1. Sean $p_1 = 10\,\%$, $p_2 = 5\,\%$, $p_3 = 85\,\%$ y $p_4 = 20\,\%$, el sistema queda como sigue:



De esta forma se tiene que las tasas efectivas son las siguientes:

Sistema	Tasa Efectiva	Expresión	Valor
Inspector	λ_{ins}	λ	λ
Especialista	λ_{esp}	$\lambda(p_1 + p_2 \cdot p_4)$	$0.11 \cdot\lambda$
Ingenieros	λ_{ing}	$\lambda \cdot p_2$	$0.05 \cdot\lambda$
Jefe Calidad	λ_{cal}	$\lambda \cdot (p_1 + p_2)$	$0.15 \cdot\lambda$

2. Respecto a las condiciones de estado estacionario estas son las siguientes:

Sistema	Condición
Inspector	$\frac{\lambda_{ins}}{\mu_1} < 1$
Especialista	$\frac{\lambda_{esp}}{\mu_2} < 1$
Ingenieros	$\frac{\lambda_{ing}}{2\mu_3} < 1$
Jefe Calidad	$\frac{\lambda_{cal}}{\mu_4} < 1$

3. La fracción de productos que llegan al departamento y que son analizados por el especialista en fallas menores es :

$$\text{Fracción} = \frac{\text{Casos favorales}}{\text{Casos totales}} = \frac{\lambda \cdot (p_1 + p_2 \cdot p_4)}{\lambda} = 11\,\%$$

4. En esta parte hay dos formas posibles de proceder:

Forma 1:
Calculando los largos promedios de cada uno de los subsistemas usando las expresiones conocidas, se obtiene:

Sistema	L_i	ρ_i
Inspector	$\frac{\rho_{ins}}{1-\rho_{ins}}$	$\frac{\lambda_{ins}}{\mu_1}$
Especialista	$\frac{\rho_{esp}}{1-\rho_{esp}}$	$\frac{\lambda_{esp}}{\mu_2}$
Ingenieros	$\frac{2\cdot\rho_{ing}}{1-\rho_{ing}^2}$	$\frac{\lambda_{ing}}{2\mu_3}$
Jefe Calidad	$\frac{\rho_{cal}}{1-\rho_{cal}}$	$\frac{\lambda_{cal}}{\mu_4}$

Luego:

$$L_{total} = L_{ins} + L_{esp} + Ling + L_{cal}$$

Finalmente usando la frmula de Little, se obtiene:

$$W_{total} = \frac{L_{total}}{\lambda}$$

Forma 2:
Calculando los tiempos de permanencia promedio en cada subsistema como:

$$W_i = \frac{L_i}{\lambda_i}$$

donde λ_i representa la tasa efectiva de entrada al sistema i, el tiempo de permanencia en el sistema total se puede obtener de la siguiente forma:

$$W_{total} = W_{ins} + W_{esp} \cdot (p_1 + p_2 \cdot p_4) + W_{ing} \cdot p_2 + W_{cal} \cdot (p_1 + p_2)$$

5. Si se agrega un número ilimitado de especialistas ese susbistema de transforma en una cola M/M/∞, en la cual el número de productos en el sistema tiene una distribución de Poisson de media $L = \frac{\lambda_{esp}}{\mu_2}$. El tiempo promedio que permanece un producto en en este subsistema es $\frac{1}{\mu_2}$, ya que al existir capacidad ilimitada en la atención no se forma cola y el tiempo en el sistema es igual al tiempo de atención.

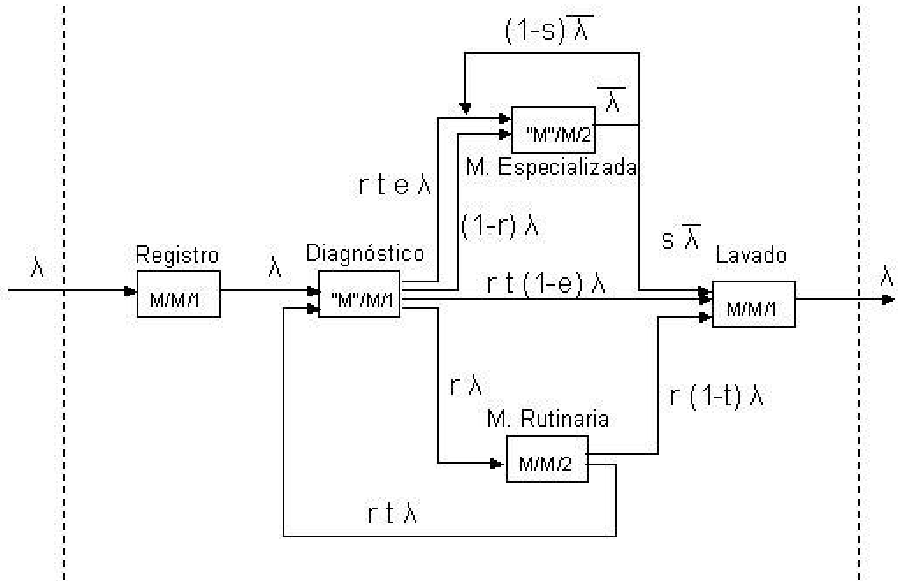
   Con lo anterior es posible calcular un nuevo W_{total_2} de las mismas dos formas posibles mostradas en la parte 4 y se puede cuantificar la disminución del tiempo en el sistema como :

   $$\delta = W_{total} - W_{total_2}$$

   donde W_{total} es el calculado en la parte 4.

Problema 2

1. El sistema queda de la siguiente forma:



De esta forma se tiene que las tasas efectivas son las siguientes:

Sistema	Tasa Efectiva	Valor
Registro	λ_{Reg}	λ
Diagnóstico	λ_{Diag}	$\lambda + \lambda rt$
M. Especializada	λ_{Esp}	$\frac{\lambda\cdot(er+(1-r))}{s}$
M. Rutinaria	λ_{Rut}	$r\lambda$
Salida	λ_{Sal}	λ

Respecto a las condiciones de estado estacionario estas son las siguientes:

Sistema	Condición
Registro	$\frac{\lambda_{Reg}}{\mu_1} < 1$
Diagnóstico	$\frac{\lambda_{Diag}}{\mu_2} < 1$
M. Especializada	$\frac{\lambda_{Esp}}{2\mu_3} < 1$
M. Rutinaria	$\frac{\lambda_{Rut}}{2\mu_4} < 1$
Salida	$\frac{\lambda_{Sal}}{\mu_5} < 1$

2. Procedemos como siempre:

$$\text{Fracción} = \frac{\text{Casos favorales}}{\text{Casos totales}} = \frac{\lambda rte}{\lambda rte + (1-r)\lambda}$$

3. Para esta parte utilizamos las formulas de los sistemas de colas clásicos y la formula de Little. De esta forma, dado que se conoce completamente la trayectoria que seguirá el auto, se puede ver que:

$$E(\text{Tiempo}) = E(\text{T Registro}) + E(\text{T Diagnóstico}) + E(\text{T especialista}) + E(\text{T Salida})$$

Utilizando los resultados elementales la expresión queda:

$$E(\text{Tiempo}) = \frac{1}{\mu_1 - \lambda} + \frac{1}{\mu_2 - \lambda_{Diag}} + E(\text{T especialista}) + \frac{1}{\mu_3 - \lambda_{Sal}}$$

Por otro lado se puede calcular el tiempo en el subsistema de Especialistas condicionando sobre N= Número de veces que se reingresa al sistema de especialistas. De esta forma:

$$E(\text{T Especialista}) = \sum_{k=1}^{\infty} W_{Esp} \cdot k \cdot (1-s)^{k-1} \cdot s = \frac{1}{s} W_{Esp}$$

donde : $W_{Esp} = \frac{2\rho_{Esp}}{\lambda_{Esp}(1-\rho^2)}$ con $\rho_{Esp} = \frac{\lambda_{Esp}}{2\mu_3}$

Dudas y/o errores:
Jaime Gacitúa C.
jgacitua@ing.uchile.cl