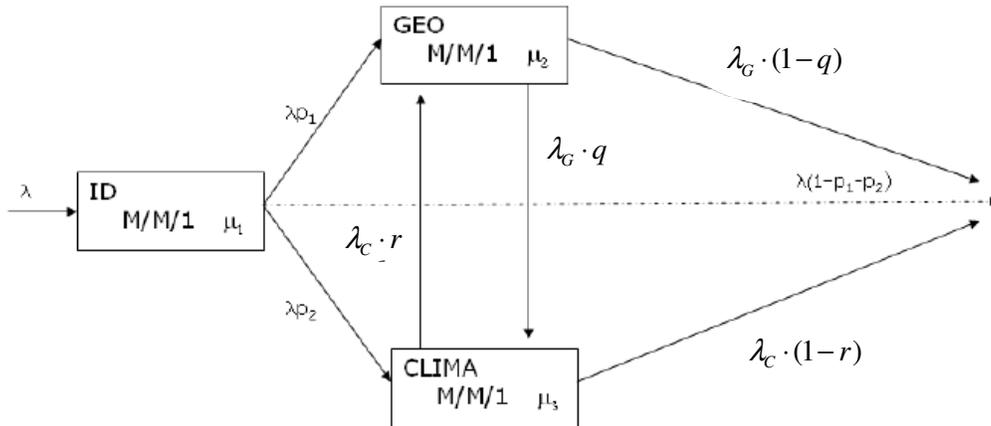




Solución Auxiliar Martes 06 de Noviembre
Redes de Colas

Problema 1

1. El sistema de colas es el que se presenta a continuación:



De esta forma se tiene que las tasas efectivas son las siguientes:

$$\lambda_{ID} = \lambda \quad \lambda_G = \lambda \cdot \frac{(p_1 + r \cdot p_2)}{1 - r \cdot q} \quad \lambda_C = \lambda \cdot \frac{(p_2 + q \cdot p_1)}{1 - r \cdot q}$$

Las condiciones de estado estacionario son las siguientes:

Sistema	Condición
ID	$\lambda_{ID} \leq \mu_1$
GEO	$\lambda_{GEO} \leq \mu_2$
CLIMA	$\lambda_{CLIMA} \leq \mu_3$

2. Calculamos el número esperado de personas en el sistema como la suma del número esperado de personas en cada subsistema. Ocupando los resultados de la M/M/1:

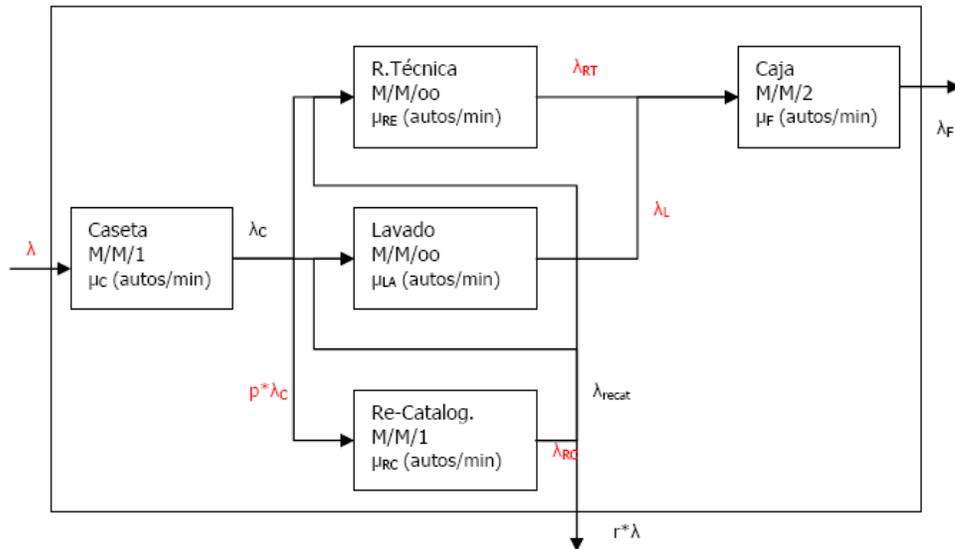
$$L_{TOTAL} = L_{ID} + L_{GEO} + L_{CLIMA}$$

3. Para esto ocupamos Little:

$$W_{TOTAL} = \frac{L_{TOTAL}}{\lambda}$$

Problema 2

- 1) La estación de servicios se puede modelar como una red de colas, la cual se exhibe a continuación:



Asignar 2.0 puntos por diagrama completo, con las tasas de entrada relevantes y la caracterización de cada cola.

- 2) Para encontrar las tasas, se plantean las ecuaciones siguientes:

$$\lambda_C = \lambda$$

$$p * \lambda_C = p * \lambda = \lambda_{RC}$$

$$\text{Ecuación general: } \lambda = \lambda_F + r * \lambda$$

A partir de ellas:

$$\lambda_F = \lambda^*(1-r) \Leftrightarrow \lambda = \frac{\lambda_F}{1-r}$$

$$\lambda_{RC} = \frac{p*\lambda_F}{1-r}$$

Ahora, mirando la salida de autos que han sido re-catalogados:

$$\lambda_{RC} = r\lambda + \lambda_{recat} \Leftrightarrow (p-r)\lambda = \lambda_{recat}$$

$$\Rightarrow \lambda_{recat} = \frac{(p-r)\lambda_F}{1-r}$$

Finalmente, analizando las colas para lavado y revisión técnica:

$$\lambda_{RT} = \frac{2}{5}(1-p)\lambda + \frac{2}{5}\lambda_{recat} \Rightarrow \lambda_{RT} = \frac{2}{5} \frac{\lambda_F}{1-r} (1-p+p-r) \Rightarrow \lambda_{RT} = \frac{2}{5} \frac{\lambda_F}{1}$$

$$\lambda_L = \frac{3}{5}(1-p)\lambda + \frac{3}{5}\lambda_{recat} \Rightarrow \lambda_L = \frac{3}{5} \frac{\lambda_F}{1-r} (1-p+p-r) \Rightarrow \lambda_L = \frac{3}{5} \frac{\lambda_F}{1}$$

Asignar 1 punto por cálculo correcto de las 4 tasas desconocidas: λ , λ_{RC} , λ_{RT} , λ_L . Asignar 0.25 por cada una.

3) Cada cola en el sistema debe ser estable, lo que se logra del siguiente modo:

- Caseta: $\lambda < \mu_C$
- Re-Catalogación: $(p\lambda) < \mu_{RC}$
- Para las estaciones de lavado y revisión técnica no se imponen condiciones sobre las tasas, puesto que funcionan como lo haría un autoservicio. No importa a qué tasa lleguen los autos, siempre pueden ser atendidos.
- Caja: $\lambda_F < 2*\mu_F$

De los 0.75 puntos, asignar 0.3 por las dos primeras y 0.45 por las dos últimas.

4) Se debe observar que el número esperado de autos se compone por el número esperado en cada subsistema:

$$L = L_{caseta} + L_{RT} + L_L + L_{Re\ cat} + L_{CajaFinal}$$

Con:

- $L_{caseta} = \frac{\rho_{caseta}}{1-\rho_{caseta}}$ con $\rho_{caseta} = \frac{\lambda}{\mu_C}$

- $L_{Recat} = \frac{\rho_{recat}}{1 - \rho_{recat}}$ con $\rho_{recat} = \frac{p\lambda}{\mu_{Recat}}$

- Para el lavado y revisión técnica: Cada entidad que llega puede ser atendida, de modo que el tiempo que pasa en promedio en el sistema es la media del tiempo indicada en el enunciado:

$$W_{LA} = \frac{1}{\mu_{LA}} \quad \text{y} \quad W_{RE} = \frac{1}{\mu_{RE}}$$

Aplicando la fórmula de Little:

$$L_{LA} = \frac{\lambda_L}{\mu_{LA}} \quad \text{y} \quad L_{RE} = \frac{\lambda_{RT}}{\mu_{RE}}$$

- Para la caja final:

$$L_{caja} = \frac{2\rho_{caja}}{1 - \rho_{caja}} \quad \text{con} \quad \rho_{caja} = \frac{\lambda_F}{2\mu_F}$$

De los 1.5 puntos, asignar 0.3 por cada componente del número promedio total (son 5: caseta inicial, lavado, revisión técnica, caseta de re-catalogación y caja final).

- 5) Aplicando la fórmula de Little al sistema general:

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad \text{con } L \text{ obtenido de la parte anterior y } \lambda \text{ de la parte 2. Entonces:}$$

$$W = \frac{L_{caseta} + L_{RT} + L_L + L_{Recat} + L_{CajaFinal}}{\frac{\lambda_F}{1-r}}$$

Asignar 0.75 puntos al cálculo sólo si está especificado qué representan los términos L y λ . Descontar 0.5 si no se explica qué representa cada término correctamente puesto que es lo más relevante de esta pregunta.