



Auxiliar Martes 06 de Noviembre

Redes de Colas

Problema 1

Un servicio que provee información geográfica y climatológica a través de internet recibe una demanda descrita por un proceso de Poisson de tasa λ . Cada usuario que ingresa al sistema es atendido por un único servidor el cual determina si la información requerida es geográfica (lo que sucede con probabilidad p_1), climatológica (lo que sucede con probabilidad p_2) o si el servidor no es el adecuado para atender al usuario, en cuyo caso el usuario sale del sistema. Esta operación demora un tiempo exponencialmente distribuido de media $1/\mu_1$. Si un usuario que llega encuentra al servidor ocupado, se coloca en cola.

Un usuario que requiere información geográfica, pasa a una segunda etapa, en que un único servidor realiza las atenciones, las que demoran un tiempo exponencialmente distribuido de media $1/\mu_2$. De la misma manera, un usuario que requiere información climatológica, pasa a otro servidor, el que demora un tiempo exponencialmente distribuido de media $1/\mu_3$ en atender una consulta. Si un usuario que llega encuentra cualquiera de estos servidores ocupado, se coloca en la cola correspondiente.

Un usuario que realizó una consulta geográfica, con probabilidad q , además, requiere consultar acerca del clima y pasa al servidor climatológico, después de terminar su atención. Análogamente, un usuario que realizó una consulta climatológica, con probabilidad r , además, requiere una consulta geográfica, por lo que al finalizar esta pasa al servidor geográfico.

1. Modele el servicio anteriormente descrito como una red de colas. Calcule las tasas efectivas de entrada a cada sistema y escriba las condiciones de estado estacionario.
2. Calcule el número promedio de usuarios dentro del sistema completo en estado estacionario.
3. Calcule el tiempo promedio que pasa un usuario dentro del sistema en estado estacionario.

Problema 2 (CTP 5 Otoño 2007)

Considere el funcionamiento de una moderna estación de servicios (revisión técnica y lavados) para vehículos en la ciudad. En términos generales, la estación funciona a base de un código que se adhiere al parabrisas de cada vehículo y que registra cada operación a la que es sometido, para luego, al salir, cancelar en una caja según la información contenida en dicho sello.

Los autos ingresan en primera instancia a una caseta en donde reciben el código. Aquí, son atendidos uno a uno por un cajero, con un tiempo distribuido exponencialmente de media $1/\mu_C$ (minutos). Luego, los vehículos que han superado con éxito esta etapa son dirigidos a la estación para la revisión técnica o a la estación de lavado, mientras que los que han fallado, que representan una fracción p de los automóviles que pasan por la caseta inicial, deben pasar a una oficina de re-catalogación, en donde se intentará adherir un nuevo sello que sea capaz de funcionar correctamente. Luego de recibir un nuevo sello en esta oficina, los automóviles son redirigidos a las estaciones mencionadas (revisión o lavado), no obstante, según datos estadísticos de la empresa administradora, una fracción r de todos los clientes que ingresan al sistema global abandonan el recinto (luego de pasar por la oficina de re-catalogación) producto del malestar. Considere que la re-catalogación es atendida sólo por 1 funcionario que demora un tiempo exponencial de media $1/\mu_{RC}$ (minutos) por cada vehículo.

Por otro lado, para las estaciones de revisión técnica y lavado, la empresa ha considerado que es esencial contar siempre con personal y maquinaria disponible, de modo que un vehículo que ingresa a cualquiera de ellas podrá siempre ser atendido, sin esperar. Los tiempos de atención en cada uno siguen una distribución de tipo exponencial de medias $1/\mu_{RE}$ (minutos) y $1/\mu_{LA}$ (minutos) respectivamente.

En una última etapa, los vehículos abandonan la estación que han seleccionado, *sin poder escoger otra en una misma visita*, y se dirigen a una caja en que deberán cancelar por los servicios solicitados. La caja final es atendida por dos cajeros que tardan tiempos exponencialmente distribuidos con media $1/\mu_F$ (minutos) cada uno.

Finalmente, sobre el funcionamiento del sistema en general, sólo se sabe que los autos llegan a la caja final según un proceso de Poisson de tasa λ_F (autos/minuto) y además, que los autos que llegan tanto a la caseta inicial, como a la caseta de re-catalogación y a la caja final, y que encuentran ocupado a los cajeros, forman una cola según orden de llegada hasta que son atendidos. Del mismo modo, observaciones generales del sistema indican que los clientes solicitan lavado sobre revisión técnica en una razón de 3:2, independiente de su proveniencia (primera caseta para colocación de sello o caseta de re-catalogación).

Basado en el modelo propuesto, conteste las siguientes preguntas:

- 1.- Modele el funcionamiento de la estación de servicios como una red de colas, indicando las tasas relevantes de cada subsistema, además de caracterizarlo según la notación estándar. (2.0 puntos).
- 2.- Encuentre las tasas efectivas de ingreso a cada cola del problema. (1.0 punto).
- 3.- Indique qué condiciones deben verificarse para que exista estado estacionario. (0.75 puntos).
- 4.- Encuentre el número esperado de autos en el sistema completo. (1.5 puntos).
- 5.- ¿Cuál es el tiempo promedio que tarda un automóvil en abandonar el sistema? (0.75 puntos).