



Auxiliar Viernes 7 de Septiembre Procesos de Poisson

Problema 1

Un empresa de retail ha decidido clasificar a sus clientes según la cantidad de dinero gastado en su tienda. Los clientes que han gastado por sobre un cierto nivel L serán catalogados como tipo A, mientras que el resto será clasificado como tipo B. La razón de aquello es que se pretende hacer una discriminación de precios para la venta de una nueva línea de camisas. Para los clientes de tipo A existen Q_A camisas en stock, mientras que para los clientes de tipo B existen Q_B . Cada cliente, independiente del tipo que éste sea, comprará solo una camisa. El precio cobrado a los clientes tipo A será de P . En cambio para los de tipo B se cobrará un precio creciente B_i si se trata de la i -ésima camisa vendida dentro de las Q_B almacenadas. Se ha estudiado el comportamiento de llegada para ambos tipo de clientes, los cuales siguen un proceso de Poisson de parámetros $\lambda_A \frac{\text{clientes}}{\text{hora}}$ para los clientes de tipo A y $\lambda_B \frac{\text{clientes}}{\text{hora}}$ para los de tipo B.

En base a lo anterior responda las siguientes preguntas:

- (0,5 pto.) Se sabe que durante los primeros 2 días han llegado C_A clientes de tipo A, lo cual está por debajo de las expectativas de la empresa. Por esta razón, el gerente tiene la intención de no vender más camisas a este grupo porque sostiene que es difícil repuntar las ventas en el futuro con dicha información. Argumente si está en lo cierto o no.
- (0,5 pto.) Si en las primeras 6 horas han llegado M clientes en total. ¿Cuál es la probabilidad que k de ellos hayan sido de tipo A?
- (1,5 pto.) ¿Cuál es la probabilidad de que se vendan exactamente k camisas para los clientes de tipo B, antes de que se agoten las camisas para los clientes de tipo A?
En función de lo anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que las camisas para el grupo A se agoten antes que las del grupo B?
- (1,0 pto.) ¿Cual es ingreso total esperado durante T horas de ventas?

La empresa no quiere que sus clientes se retiren enojados, por lo que deciden entregar un regalito a cualquier cliente que haya llegado. Para ello, se coloca a una promotora entregando el regalo en un tiempo exponencialmente distribuido de media $\frac{1}{\mu}$ horas, no importando el tipo de cliente que se trata. Los clientes se ordenan en una fila para recibir el obsequio y llegan según el mismo proceso de llegada a la tienda de la empresa.

- (1,5 pto.) Si la promotora está atendiendo a un cliente de tipo A y cuando comenzó a atender a dicho cliente había sólo un tipo de cliente B (y nadie más de tipo A) en la fila. ¿Cuál es la distribución de probabilidades del número de clientes en la cola al finalizar la atención del cliente de tipo A?
- (1,0 pto.) Ahora se decide contratar a otra promotora, quien atiende cada t horas a toda la gente que se encuentra en la fila. El tiempo que toma en la atención es despreciable. Calcule la esperanza de la suma de los tiempos de espera de los clientes que se encuentran aguardando por la siguiente atención.

Problema 2

Considere una sala de cine con capacidad para 200 personas. La entrada a la función es de p [\$] por persona. Sin embargo, si el cliente es “socio” del cine se le hace un 20% de descuento.

Asuma que las personas llegan al cine de acuerdo a un proceso de Poisson a comprar las entradas y que cada persona compra sólo una entrada. Las entradas para la función de las 22:00 horas comienzan a venderse durante el mismo día desde las 16:00 horas, y la boletería se cierra a las 22:00.

Las tasa de llegada es de 40 personas/hora, y cada una persona posee tarjeta de socio con una probabilidad de un 25%.

1. Si usted sabe que se vendieron n entradas ¿Cuál es la probabilidad de que i entradas se hayan vendido a “socios” del cine?.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se vendan n entradas ($n \in \{0, 1, 2, \dots\}$)?.
3. ¿Cuál es la utilidad esperada por función?.
4. Suponga que la administración del cine ha decidido no vender más de 50 entradas a precio rebajado para cada función. Una vez alcanzado este límite, se rechazará a los “socios” del cine (asuma que los clientes a los que se les rechace la entrada rebajada no optarán por pagar el valor completo, sino que se retirarán). ¿Cuál es la probabilidad que se vendan 50 entradas a precio rebajado?.