



Auxiliar 7: Programación Dinámica Estocástica

Martes 21 de Agosto de 2007

Problema 1

Un microbus posee K paraderos en su recorrido, además de una estación terminal. El conductor del bus debe decidir antes de llegar a cada paradero si detenerse o no, y en caso que lo haga, suben todos los pasajeros que esperan, siempre que no se supere la capacidad C del vehículo. El chofer puede decidir no detenerse, pero corre el riesgo de que un carabinero le curse una infracción (de valor $\$C_{inf}$) con probabilidad P_{parte} en caso de dejar pasajeros en el paradero sin poder tomar el bus, es decir, que haya personas esperando.

La probabilidad de que j personas esperen tomar el bus es S_j , para todos los paraderos.

El precio del pasaje para un pasajero que sube en el k -ésimo paradero es P_k .

Suponga que los pasajeros solo se bajan en la estación terminal y que el Ministerio de Transporte le entrega un premio de $\$F$ al chofer si llega al terminal con su capacidad copada. El costo de cada detención que realiza es de $\$D$.

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita al chofer maximizar su beneficio neto por recorrido realizado.
2. Resuelva el modelo suponiendo que el autobus se aproxima al séptimo paradero de un total de 10, llevando 27 pasajeros cómodamente sentados. Considere:
 $P_k = 500$, $C = 30$, $F = 5000$, $D = 2000$, $P_{parte} = 0,7$, $C_{inf} = 3000$, $S_0 = 0,1$, $S_1 = 0,4$ y $S_2 = 0,5$

Problema 2

Usted ha decidido ir a mochilear a Bongwutsi, un pequeño país africano. Luego de arribar al aeropuerto de Bongwutsi, usted se encuentra al comienzo de la calle principal listo para buscar alojamiento.

Según la información de la guía, se sabe que a lo largo de la calle existen los únicos N hoteles de la ciudad. Cada hotel está separado por 3 cuadras del siguiente. La probabilidad que el hotel i -ésimo tenga habitación disponible es P_i , donde P_i es decreciente en i (si no hay habitación, usted no puede quedarse en ese hotel). El precio de hotel i es S_i , también decreciente en i . Si pasa frente a uno de los hoteles y no entra, usted no puede regresar a él. En buenas cuentas, usted sólo puede recorrer la calle una vez, de principio a fin, sin volver atrás.

Los costos considerados son los siguientes:

- Costo de caminar desde el hotel i -ésimo al $i + 1$ es C_i , creciente en i .
- Costo de entrar a preguntar a un hotel, si hay o no habitación disponible, es igual a Q para todos los hoteles (refleja la caminata hacia el interior del lugar y la pérdida de tiempo en aquello).
- Si luego de pasar a lo largo de toda la calle usted no se queda en ningún hotel, tiene un costo residual de dormir en la calle valorado en K .

A usted lo único que le interesa es minimizar el costo total, independiente de la calidad del hotel en el cual se hospeda.

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita resolver el mismo problema en el caso general. Fundamente intuitivamente, por qué es útil usar programación dinámica para resolver este problema.

2. Resuelva el modelo para los siguientes parámetros:

$$\begin{array}{llll} N = 3 & P_1 = 0,8 & P_2 = 0,6 & P_3 = 0,4 \\ S_1 = 500 & S_2 = 250 & S_3 = 150 & \\ Q = C1 = C2 = 100 & K = 450 & & \end{array}$$

Problema 3

El gerente de operaciones de una fábrica desea programar la operación de un proceso para los siguientes T períodos. Para realizar este proceso se necesita una máquina cuyo costo de operación depende de su antigüedad y es igual a C_n por año, con n representando la edad de la máquina ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Cada año se tiene la opción de reemplazar este equipo por otro, nuevo o usado, el costo de adquisición de un equipo con n años de uso es de I_n . Por otra parte el gerente puede vender un equipo con n años de uso a un precio de venta V_n .

Actualmente la gerencia NO dispone de la máquina, por lo que necesariamente tendrá que comprarla, además todos los años debe tener el proceso funcionando.

1. Plantee el problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica determinística, con el fin de minimizar el costo total.

Considere ahora que el equipo tiene una probabilidad de fallar al final de un cada uno de los períodos. Esta probabilidad depende exclusivamente de la edad de la máquina y es igual a q_n . En este caso necesariamente deberemos reemplazar el equipo por uno nuevo, pagando un sobreprecio de un 50%, al inicio del período siguiente. Un equipo que falla pierde su valor económico (nadie lo compra).

1. Plantee este problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica estocástica, con el fin de minimizar el costo total esperado.