UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

CLASE AUXILIAR 4
ECONOMÍA I

PROFESORES: MARCO HAUVA.
AUXILIARES: SEBASTIAN MENA, JORGE VÁSQUEZ

P1. Es este problema vamos a estudiar el mercado de flores de una ciudad pequeña en donde la demanda de flores puede representarse a través de la función:

$$Q(P)=29-P$$

Por otro lado, la producción de flores está en manos de dos tipos de empresas. Las empresas tipo A, cuya función inversa de oferta es $P(q) = 40q + 10$, y las empresas tipo B, que producen y ofrecen flores de acuerdo con la siguiente curva de costos $C(q)= 30q^2 + 6$.

(a) Si hay 10 empresas de tipo A y 15 de tipo B, calcule la oferta agregada de este mercado y represéntela gráficamente.

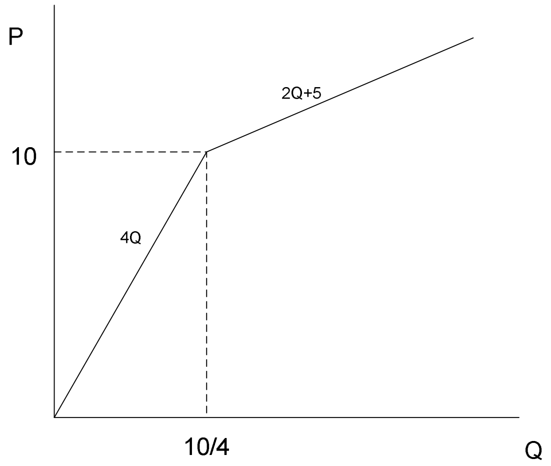
Respuesta:

10 Firmas A : $P(q) = 40q+10$
$q = (P-10)/40$
$Q^A = (P-10)/4$ para $P > 10$
15 firmas B: $P(q) = 60q$
$q = P/60$
$Q^B = P/4$ para $P>0$

Luego, para precios entre 0 y10 sólo producirá la firma B.
$Q = Q^B$ si $P < 10$
$Q = Q^A + Q^B$ si $P > 10$

Reemplazando, la curva de oferta agregada es
$Q = P/4$ si $P < 10$
$Q = P/4 + (P-10)/4 = (2P-10)/4$ si $P>10$

o:
$P = 4Q$ si $Q <10/4$
$P = 2Q + 5$ si $Q > 10/4$



(b) Calcule el precio y cantidad de equilibrio

Respuesta:

El precio de equilibrio se encuentra interceptando Oferta con demanda. Como tenemos la oferta definida por intervalos, tenemos que probar si la intersección se produce en el intervalo correcto.
Probamos en el segundo intervalo.
$29 - P = (2P-10)/4 \Rightarrow P = 21$ y $Q = 8$. Como $P > 10$ estamos en el intervalo correcto.

(c) Calcule el precio y cantidad de equilibrio si entra una tercera firma al mercado cuya función de costo $C(q) = 10q$ y con restricción de capacidad $Qmax = 10$

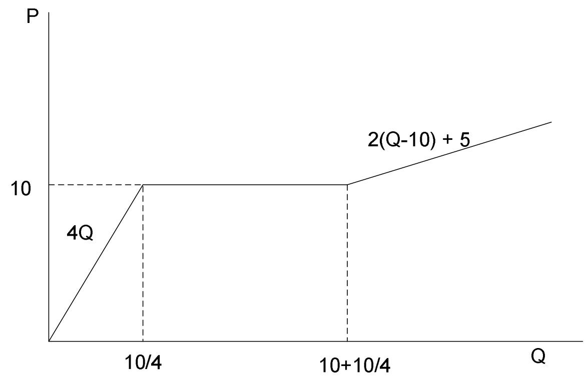
$Cmg = 10 = P$ es la oferta de esta firma. Si es que el precio es 10 (o mayor), la tercera firma ofrecerá 10 unidades.
Luego, la oferta de la industria es:

$Q = Q^B$ si $P < 10$
$Q = Q^B + Q^C$ si $P = 10$
$Q = Q^A + Q^B + Q^C$ si $P > 10$

Reemplazando, la curva de oferta agregada es

$Q = P/4$ si $P < 10$
$Q = P/4 + Q^C$ si $P = 10$ (Q^C E [0;10])
$Q = 2(Q-10) + 5$ si $P > 10$

$P = 4Q$ si $Q < 10/4$
$P = 10$ si $10/4 < Q < 10 + 10/4$
$P = 2(Q-10) + 5$ si $Q > 10 + 10/4$



El equilibrio se da en el tercer intervalo

29 – Q = 2(Q-10) +5
29 – 5 = 2Q – 20 +Q
3Q = 44
Q = 14.67
P = 14.33

(d) Si el gobierno pone un impuesto t = 9. Calcule el equilibrio, y diga que parte del impuesto se lo llevan los consumidores y qué parte los productores.

Respuesta:

Encontramos el equilibrio en la cantidad Q tal que P^D (Q) – P^O(Q) = 9

Probamos en el segundo intervalo:
29 – Q –10 = 9
Q = 10 (OK)

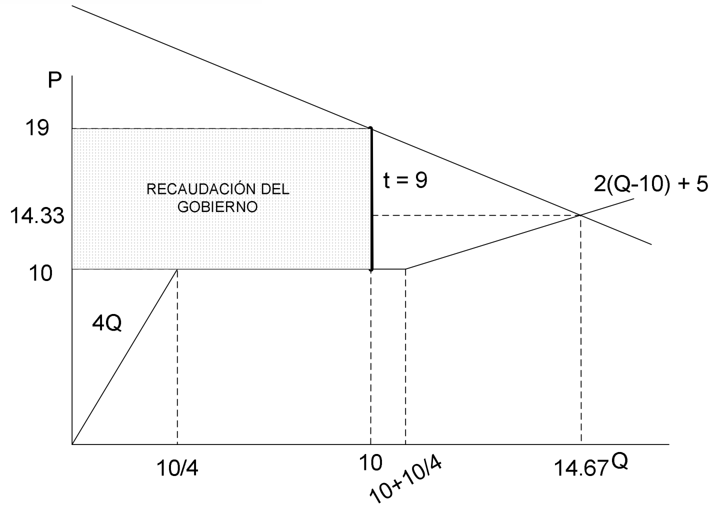
P^D = 19

P^O = 10

Los demandantes absorben 19-14.33 = 4.67 del impuesto.

Los oferentes absorben 14.33 – 10 = 4.33 del impuesto.

Es casi lo mismo, se puede decir que en promedio en los intervalos considerados las curvas de oferta y dda tienen elasticidades similares.
El gobierno recauda t*Q = 9*10 = 90 um.



P2. Una firma observa que siempre puede reducir un 2% de su empleo total aumentando un 3% su dotación de capital y mantener su producción constante. La firma tiene diez trabajadores y 20 unidades de capital. Si los pagos al capital y al trabajo son de r=4 y w=1 respectivamente. ¿Está la firma maximizando su utilidad? Justifique su respuesta. ¿Qué aconsejaría Ud. a la firma?

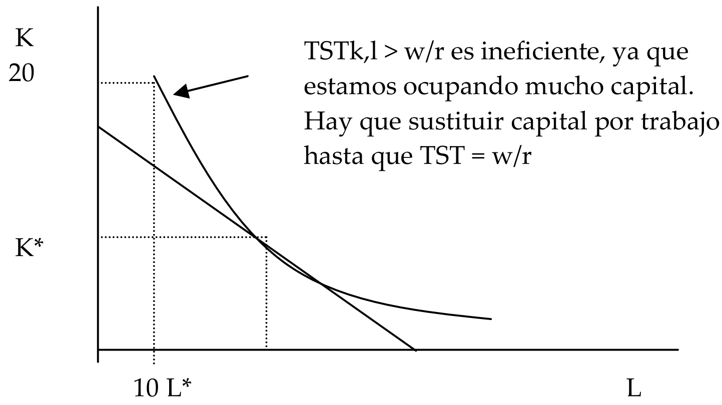
Respuesta:

TST = - dK/dL (pendiente de la isocuanta)
Del enunciado:

$(dK/K)/(dL/L) = - 3/2$
Luego $dK/dL = -3/2\ K/L$
Evaluando en el punto en el que está situada la firma:
$dK/dL = -3$

Luego TST = 3

En el óptimo, esto debiera ser igual a la razón del precio de los insumos w/r, pero dado que w/r=0.25 entonces, la firma no está maximizando utilidades. ¿Qué debe hacer? Del gráfico vemos, que la firma está en un punto donde la pendiente de la isocuanta es mayor a la pendiente de la isocosto, luego, la firma debe sustituir capital por trabajo.



Podemos calcular L* y K* de la manera siguiente:

$$\frac{dK}{K} = \frac{-3}{2}\frac{dL}{L}$$

$$\ln K = \frac{-3}{2}\ln L + Cte$$

Calculamos Cte evaluando en el punto (10,20)

$$\text{Cte} = \ln(20) + \frac{3}{2}\ln(10) = 6{,}45$$

Con esto, la ecuación que describe a la isocuanta es:

$$\text{K} = \text{L}^{-3/2} \cdot e^{Cte}$$

$$\text{K} = \text{L}^{-3/2} \cdot e^{Cte} = \text{L}^{-3/2} \cdot C$$

Con C = 632,5

Ahora imponemos la condición de optimalidad

$$-\frac{\text{dK}}{\text{dL}} = \frac{w}{r} \Rightarrow C\frac{-3}{2}L^{-5/2} = 1/4$$

$$L^{-5/2} = \left(\frac{1}{6C}\right) \Rightarrow L = \left(\frac{1}{6C}\right)^{-2/5}$$

Reemplazando los valores se obtiene

$$\text{L*} \approx 27$$

$$K^* \approx 5$$

P3. En un cierto país se observa que cuando los productores de Trigo tienen una cosecha abundante, sus ingresos totales es decir del conjunto de productores son menores que cuando la cosecha es mala. ¿Qué puede decir sobre el comportamiento de la demanda para este producto?

Respuesta: En este caso se tiene que la demanda es relativamente inelásticas ya que para que el ingreso aumente se requiere que el aumento de los precios supere a la disminución en la cantidad transada y para que esto sea factible la demanda debe ser insensible a una fuerte variación del precio o bien que al disminuir un poco la cantidad el precio aumente ostensiblemente.

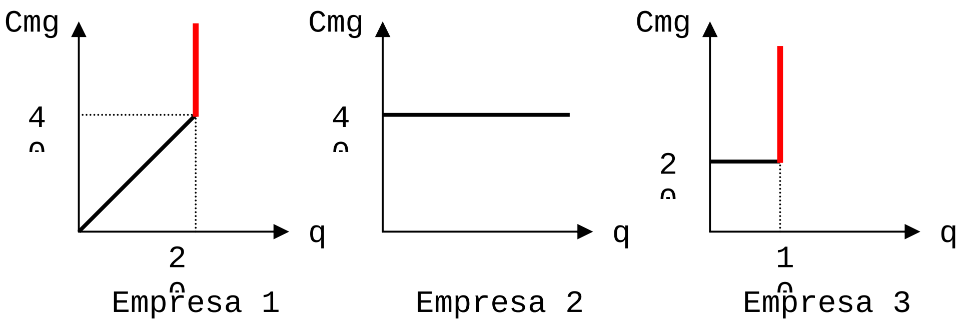
P4. La industria de helados está compuesta por tres pequeñas empresas productoras. Cada una de estas empresas trabaja con diferentes tecnologías de producción que se ven reflejadas en sus funciones de costos. Además, cada empresa tiene una restricción de capacidad máxima dada.
La información de las plantas, sus tecnologías y capacidades se resumen en la siguiente tabla:

Empresa	Costo Total CT(q)	Capacidad Máxima
1	q^2	20
2	5+40q	Sin restricción
3	20q	10

a. (7 ptos) Calcule y grafique el costo marginal de cada una de las empresas productoras de helado.

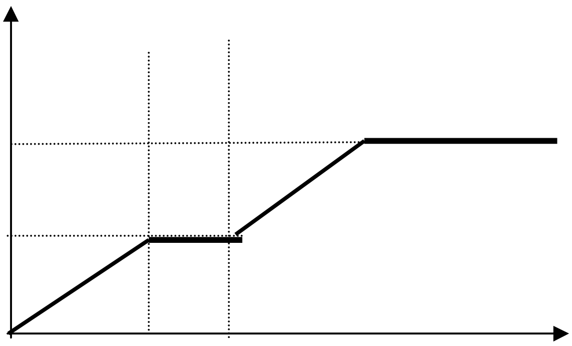
R:

Empresa	Costo Marginal	Capacidad
1	2q	20
2	40	Sin restricción
3	20	10



b. (8 ptos) Determine y grafique la función de oferta de la industria de helados

R:



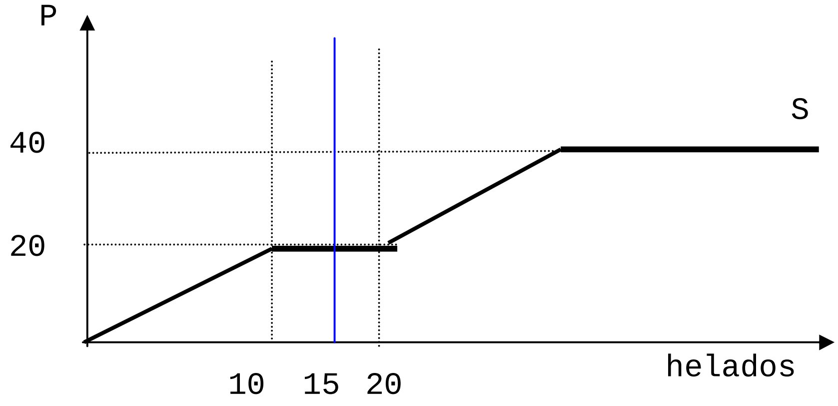
	2Q	$0 \leq Q < 10$
P (Q) =	20	$10 \leq Q < 20$
	2(Q-10)	$20 \leq Q < 30$
	40	$30 \leq Q$
	41	

También podrían presentar esta función en términos de Q^s=F(P). Esto obviamente también está correcto.

c. Para cada uno de los siguientes casos determine el precio de equilibrio de mercado, qué firma(s) produce(n) y cuánto, y las utilidades de cada firma si:

i. (7 ptos) La curva de demanda es completamente inelástica y la cantidad total demandada es de 15 helados.

R:

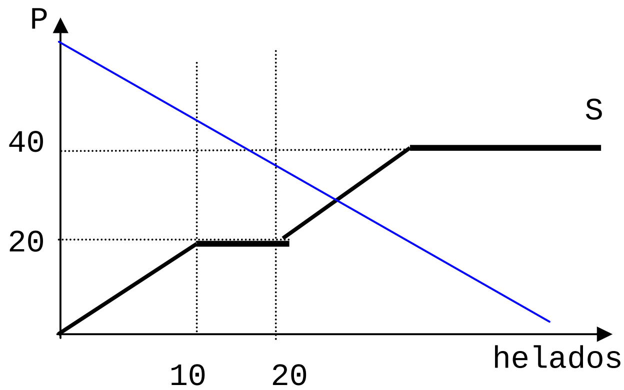


El precio de los helados será P = $20

Empresa	Cantidad producida	Utilidades
Firma 1	10	10*20-10*10=100
Firma 2	0	-5
Firma 3	5	0

ii. (8 ptos) Si la curva de demanda es Q = 75 - 2P

R:



Intersectando la oferta y la demanda 75-2P = P/2+10 => P=130/5=26 => Q=23

Empresa	Cantidad producida	Utilidades
Firma 1	13	169
Firma 2	0	-5
Firma 3	10	60

P5. Una empresa precio aceptante en todos los mercados tiene la función de producción $F(K,L)=\sqrt{L}+2\sqrt{K}$, y confronta los precios p =2, w=4 y r =2 para el producto, el factor trabajo y el factor capital, respectivamente. ¿Cuánto output debe producir y cuánto trabajo y capital debe emplear para maximizar sus beneficios?

Respuesta:

El problema que resuelve la empresa es

$$\max_{q>0} pq-C(q)$$
$$s.a \quad F(K,L)=q\ ,$$

Donde q es el nivel de output deseado por la firma.

Sin embargo, la función de costos la podemos escribir en términos de capital y trabajo en lugar del nivel de output.

De esta forma tenemos que la función de costos viene dada por:

$C(q)=wL(q)+rK(q)$

Luego, el problema de la firma se vuelve:

$$\max_{\{K,L\}} pF(K,L)-wL-rK$$

Las condiciones de primer orden nos dicen que:

$pF_K-r=0$ **(1)**

$pF_L-w=0$ **(2)**

donde F_i denota la derivada parcial de F() con respecto al argumento i.

(1) $\Rightarrow K^*=(p/r)^2=1$

(2) $\Rightarrow L^*=(p/2w)^2=1/16$

$\therefore F(K^*,L^*)=1/4+2=9/4$

P6. Una empresa que se comporta como precio-aceptante en los mercados de factores y en el del producto tiene la función de producción $F(K,L)=2L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{2}}$. Los precios de ambos factores son iguales a 2.

a) ¿Qué rendimientos a escala presenta la empresa?

b) Calcule las curvas de costos totales, medios y marginales.

c) Determine la curva de oferta de la empresa.

d) Calcule la oferta agregada suponiendo que en el mercado operan 8 empresas idénticas a la descrita.

Respuesta:

a) La funcion de producción presenta retornos decrecientes a escala. En efecto, sea α>1 cualquiera

$F(\alpha K, \alpha L)=2(\alpha L)^{1/3}(\alpha K)^{1/2}=2\alpha^{5/6}L^{1/3}K^{1/2}<\alpha F(K,L)$

b) La firma tiene que elegir la combinación de capital y trabajo tal que maximice ganancias o equivalentemente minimice costos (se puede demostrar con un poco más de teoría que ambos problemas son duales).

La firma resuelve:

$$\min_{\{K,L\}} wL+rK$$
$$s.t\ F(K,L)=q \quad \leftarrow(\lambda)$$

De esta forma el Lagrangeano queda como sigue:

$L=wL+rK-\lambda(2L^{1/3}K^{1/2}-q)$

<u>CPO:</u>

$w-\lambda(2/3)L^{-2/3}K^{1/2}=0 \quad (1)$

$r-\lambda L^{1/3}K^{-1/2}=0 \quad (2)$

Hacemos (1)/(2), y llegamos a que:

$(w/r)=(2K^*/3L^*)$ [ojo: Esta relación SOLO se cumple en el ÓPTIMO.]

$\Rightarrow K^*=(3wL^*)/(2r)$

Por otro lado, sabemos que $\{K^*, L^*\}$ tiene que cumplir que $F(K^*,L^*)=q$

Usando la relación anterior y haciendo un poco de álgebra, llegamos a que:

$L^*=0,341\ q^{6/5}$

$K^*=0,512q^{6/5}$

Donde usamos que w=r=2.

$\therefore C(q)=0,682\ q^{6/5}+1,024\ q^{6/5}=1,706\ q^{6/5}$

$\Rightarrow CMe(q)=C(q)/q=1,706q^{1/5}$

$\Rightarrow CMg(q)=C'(q)=2,0472q^{1/5}$

c) La curva de oferta viene dada por P=CMg. Se despeja q en función de P.

$\Rightarrow q=0,028p^5$

d) $Q=\sum_{i=1}^{8} q_i = 0,222p^5$

Dudas o consultas: [*jovasque@ing.uchile.cl*](mailto:jovasque@ing.uchile.cl)