

Teoría de la Oferta

Análisis de Largo Plazo

M. Soledad Arellano
sarellano@dii.uchile.cl

Análisis de Largo Plazo: Plan de Trabajo

- Decisión de Producción con factores variables
 - *Cual es la combinación óptima de insumos?*
 - Representación Tecnología: Isocuantas
 - Minimización de Costos
- Análisis de Largo Plazo
 - Distinción entre CP y LP (recordatorio)
 - Función de Costos en el LP
 - Retornos a Escala
 - Equilibrio Competitivo en el LP

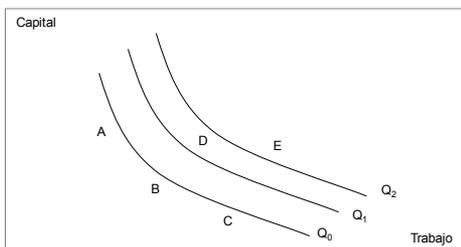
Cuál es la combinación óptima de insumos?

- K y L son sustitutos en el sentido en que se puede reemplazar el uso de uno por el del otro y obtener el mismo nivel de producto.
- Supuesto importante: la cantidad de ambos factores puede ser cambiada con facilidad.

Isocuantas

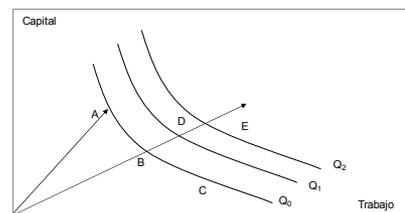
- Necesitamos una forma de representar cuanto es posible producir con distintas combinaciones de K y L.
- **Isocuantas**: todas las combinaciones de K y L que permiten producir q_0 unidades del bien de manera *tecnológicamente* eficiente (sin derroche de recursos)

Isocuantas



A, B y C representan distintas combinaciones de K y L con las que se puede producir Q_0

Isocuantas

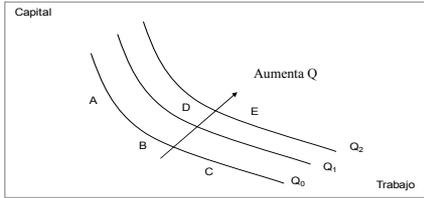


Rayo OA: indica la razón K/L utilizada en punto A

Razón K/L $I_A >$ Razón K/L $I_B \rightarrow$ la técnica usada en A es mas intensiva en capital

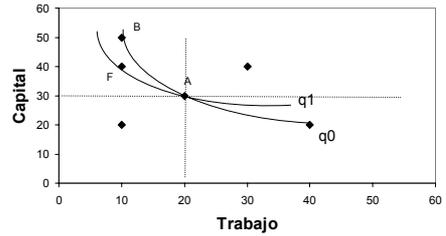
Razón K/L $I_B =$ Razón K/L $I_D \rightarrow$ ambas tecnicas son igualmente intensivas en K

Isocuantas: Propiedades



- Movimientos hacia la derecha y arriba \rightarrow Mayor q ($Q_1 > Q_0$)
 - consecuencia de PMg_L y PMg_K no negativo
 - Distinguir mov. a lo largo de la isocuanta v/s mov. de la isocuanta.

Prop. 2: Las Isocuantas no pueden cortarse



Supongamos que $q_1 > q_0$. Dado que $PMg_L > 0$, no puede ser al mismo tiempo que:

- $L > 20 \rightarrow$ al aumentar L , aumenta q
- $L < 20 \rightarrow$ al aumentar L , cae q (ojo que implica $PMg_L < 0$!)

Propiedad 3:

- Cada valor de L, q tiene un único valor de K asociado (si no, problema con eficiencia tecnológica) (excepción.. Leontief)..
- Luego:
 - Podemos hablar de $K(L, q_0)$
 - $K=K(L, q_0)$ es decreciente... al aumentar L necesito menos K para producir mismo q

La Pendiente de la Isocuanta

- Pendiente: Tasa Marginal de Sustitución Técnica
 - Tasa a la cual se puede sustituir K por L manteniendo el nivel de producción constante
 - A lo largo de una isocuanta, Q es constante.
 $PMg_L \Delta L + PMg_K \Delta K = 0$

$$TST(K, L) = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg_L}{PMg_K}$$

Cuanto necesito aumentar K si disminuye L en 1 unidad manteniendo q constante = $\frac{\text{Cuanto sube } q \text{ si sube } L = 10}{\text{Cuanto sube } q \text{ si sube } K = 5}$

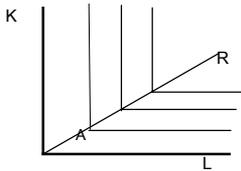
Tasa de Sustitución Tecnológica

- PMg decreciente \rightarrow TST decreciente
 - isocuantas convexas
 - Mientras mayor es L , menor es PMg_L y por lo tanto menor el ΔK necesario para reemplazar a ΔL
- (Esta es la propiedad # 4)

Isocuantas: Resumen propiedades

- PMg no negativo ($PMg_L \geq 0, PMg_K \geq 0$)
 - Movimientos hacia \nearrow : aumenta Q
 - Las Isocuantas no pueden cortarse
- PMg decreciente
 - $K=K(L, q_0)$ es decreciente
 - Isocuantas Convexas

Caso Especial #1: Función de Producción con Proporciones Fijas

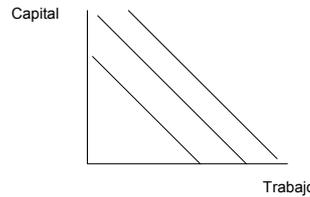


Relación Capital / Trabajo esta fija (pendiente del rayo OR)

Si aumenta la relación $K/L > (K/L)_{OR}$, no aumenta la producción. (PMg K mas allá del punto A es cero)

Ej: auto: si tengo 5 ruedas, de todos modos puedo producir como máximo un auto

Caso Especial # 2: Insumos son Perfectos Sustitutos



Tasa Marginal de Sustitución Técnica es constante

Cual es la combinación óptima de insumos?

- Dos formas de expresar lo mismo:

i) $\text{Max}_{K,L} \pi = PF(K,L) - rK - wL$

ii) $\text{Min}_{K,L} rK + wL$ sujeto a $F(K,L) = Q$

Dado Q, busco la combinación de K y L que le resulte más barata.

Minimización de Costos

- 3 (+1) formas de resolver
 - Solución Numérica
 - Solución conceptual
 - Solución Grafica
 - Solución Matemática

Solución Numerica

- Supongamos que:
 - Producción Actual: 30 unidades,
 - Combinación de Factores: $K = 5$ y $L = 10$
 - PMg K = 5 y PMg L = 15,
 - Remuneración factores: w y r por unidad
- Supongamos que quiero usar solo 9 unidades de trabajo, cuantas unidades de K tengo que contratar si quiero mantener $Q = 30$?

Solución Matemática

- La unidad de trabajo que “elimino”
 - Me costaba \$w
 - producía 15 unidades de q
- Para reemplazar la producción de L necesito 3 unidades de K (c/u produce 5)
- Me conviene sustituir L por K? solo si:

$$w \geq 3r$$
- Cómo será el óptimo?

Solución Conceptual

- Cual es la combinación óptima de insumos?
- Si sustituyo una unidad de L
 - "ahorro" w
 - Necesito contratar $\frac{PMgL}{PMgK}$ para reemplazar la unidad de L, c/u cuesta r , luego el costo de sustituir una unidad de L = $r \frac{PMgL}{PMgK}$

Minimización de Costos: Intuición

$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{PMgL}{w} = \frac{PMgK}{r}$$

→ La combinación de K y L que implica un mínimo costo es tal que el último \$ gastado en cada uno de los recursos debería generar el mismo nivel de producción.

Solución Conceptual

- En el óptimo:
Costo de 1 unidad de L = Costo de unidades de K necesarias para reemplazar L

$$w = r \frac{PMgL}{PMgK}$$

$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

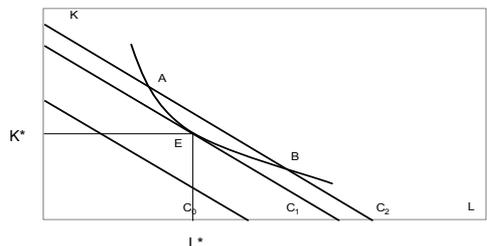
Solución Grafica

- Supuestos:
 - isocuantas son convexas (rendimientos marginales decrecientes)
 - Empresa tomadora de precio en mercado de insumos: w y r no son afectadas por las decisiones de la firma
- Necesitamos una representación para los costos: ISOCOSTO

Isocosto

- Recta de isocostos: combinaciones de insumos con igual costo de producción.
 - $\{(K,L) ; wL + rK = C_0\}$
 - $\{(K,L) ; K = \frac{C_0}{r} - \frac{w}{r}L\}$ → líneas rectas
- A lo largo de una isocosto : costo constante, *distinto Q*
- Pendiente: $-(w/r)$.
- Cambio en w/r → rota isocosto

Minimización de Costos



Dado un nivel de Q, la firma escogerá ubicarse en la isocosto más cercana posible al origen.

Solución Gráfica

$$\text{Min}_{K,L} rK+wL \text{ sujeto a } F(K,L)=Q$$

Dado Q, busco la combinación de K y L que le resulte más barata i.e

- Dado un nivel de Q, la firma escogerá ubicarse en la isocosto más cercana posible al origen.
- Problema dual: dado el presupuesto, la combinación de insumos que maximiza la utilidad es...

Solución Grafica

- El óptimo está en el punto en que la isocuenta correspondiente al Q óptimo es tangente a la isocosto.

$$\frac{\text{PMg}L}{\text{PMg}K} = \frac{w}{r}$$

$$\text{TMST} = w/r$$

- Por que "A" no es equilibrio? (TMST>w/r)

Implicancias

- Si cae w/r, la empresa ocupará una razón K/L menor para producir el mismo Q.
- El costo de producir un nivel más alto de Q es mayor.

Minimización de Costos

- Supuesto Rendimiento Mg Decreciente:
 - TMST decreciente
 - Isocuenta convexa → solución interior
 - Que pasaría si isocuenta cóncava?
 - Solución de esquina
 - Especialización en el uso de los insumos

Minimización de Costos: Solución Matemática

$$\begin{array}{l} \text{Min}_{K,L} rK+wL \\ \text{s.a } F(K,L)=Q \end{array}$$

$$L = rK+wL - \lambda(F(K,L)-Q)$$

$$\begin{array}{l} \text{CPO: } r - \lambda dF/dK = 0 \rightarrow \lambda = r / \text{PMg } K \\ w - \lambda dF/dL = 0 \rightarrow \lambda = w / \text{PMg } L \end{array}$$

Luego:

$$\frac{w}{r} = \frac{\text{PMg } L}{\text{PMg } K}$$

Minimización de Costos: Comentario Final

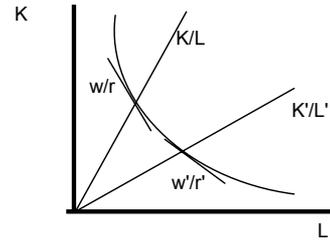
- Minimización de costos: 2 interpretaciones
 - combinación óptima de insumos para maximizar la producción dados los costos totales
 - Combinación óptima de insumos para minimizar el costo total de producir un nivel determinado

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r}$$

- la combinación K,L elegida depende de los precios relativos
- Recordar que K/L mide la intensidad de uso del capital por unidad de trabajo

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$



$w/r > w'/r' \rightarrow K/L > K'/L'$, pero cuánto?
 Cuán sensible es K/L frente a cambios en w/r ?
 \rightarrow concepto de **elasticidad de sustitución!!**

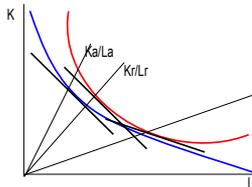
Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Definición simple

$$\sigma_{K,L} = \frac{\Delta\% K/L}{\Delta\% w/r}$$

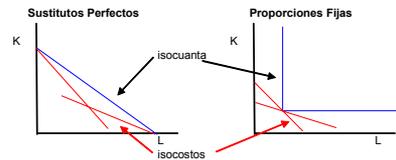
$\sigma_{K,L}(\text{azul}) > \sigma_{K,L}(\text{rojo})$

Mientras más “plana” la isocuenta, mayor es $\sigma_{K,L}$



Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Casos extremos



Sustitutos Perfectos : $\sigma_{K,L} = \infty$

Proporciones Fijas : $\sigma_{K,L} = 0 \rightarrow$ los precios relativos no juegan ningún rol en la intensidad de uso elegida por la firma

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Definición simple

$$\sigma_{K,L} = \frac{\Delta\% K/L}{\Delta\% w/r}$$

- Definición formal

$$\sigma_{K,L} = \left. \frac{d(K/L)}{d(w/r)} \right|_{w_0} \frac{w/r}{K/L} \Big|_{w_0}$$

Donde $w_0 = w/r$ para el cual K_0/L_0 es la combinación óptima de insumos

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Propiedades

$\sigma_{K,L} \geq 0$ si $\Delta+ w/r \rightarrow \Delta+ K/L$

$\sigma_{K,L} = \sigma_{L,K} \rightarrow$ simetría

- Implicancias función de costos:

– $\sigma_{K,L}$ nos dice cuán sensible es K/L a cambios en $w/r \rightarrow$ también nos indica cuán sensible es la función de costos ante cambios en w/r

$\sigma_{K,L}$ y la función de costos

- Intuición:

$\Delta^+ w/r \rightarrow \Delta^+ K/L \rightarrow$ Costo?

$C = \uparrow wL \downarrow + rK \uparrow$

Si $\sigma_{K,L}$ es muy alta \rightarrow

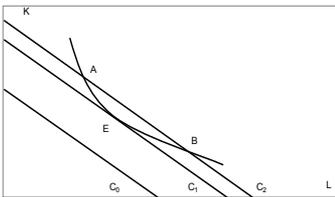
$\Delta^+ w/r \rightarrow \Delta^{++} K/L \rightarrow \Delta^{\text{pequeño}} \text{ costo}$

- Mientras mayor es $\sigma_{K,L}$, menor es el efecto de $\Delta w/r$ sobre los costos

$\sigma_{K,L}$ y la función de costos

- Casos extremos
- F. de producción con sustitutos perfectos:
 $\sigma_{K,L} = \infty \rightarrow \Delta^+ w/r \rightarrow \Delta^0 \text{ costos}$
- F. de producción con proporciones fijas
 $\sigma_{K,L} = 0 \rightarrow \Delta^+ w/r \rightarrow \Delta^{++} \text{ costos}$

Minimización de Costos: Resumen



Solución matemática:

$$\frac{w}{r} = \frac{PMg L}{PMg K}$$

Tener clara la intuición!!!

Importancia concepto elasticidad de sustitución