

II Parte

Comportamiento Mecánico de Materiales Propiedades Elásticas I

Profesor: Donovan E. Díaz Droguett

Miércoles 26 de septiembre de 2007

Propiedades Elásticas

- *Deformación es elástica* si el cambio en forma o volumen producido por el esfuerzo o la temperatura se recupera totalmente cuando se permite al material regresar a su temperatura o sistema de esfuerzos originales.
- El valor del módulo de Young se puede determinar por otros medios:

$$V = (E/\rho)^{1/2}$$

V = es la velocidad del sonido en el material

ρ = densidad del material

E = módulo de Young

Constantes elásticas:

- Módulo de Young: $E = \sigma/\epsilon$
- Módulo de Corte: $G = \Gamma / \gamma$
- Módulo Volumétrico: $K = \sigma_{\text{Hid.}} / (\Delta V/V_0)$
- Coeficiente de Poisson: $\nu = -\epsilon_y / \epsilon_z$

I.1 Propiedades Elásticas

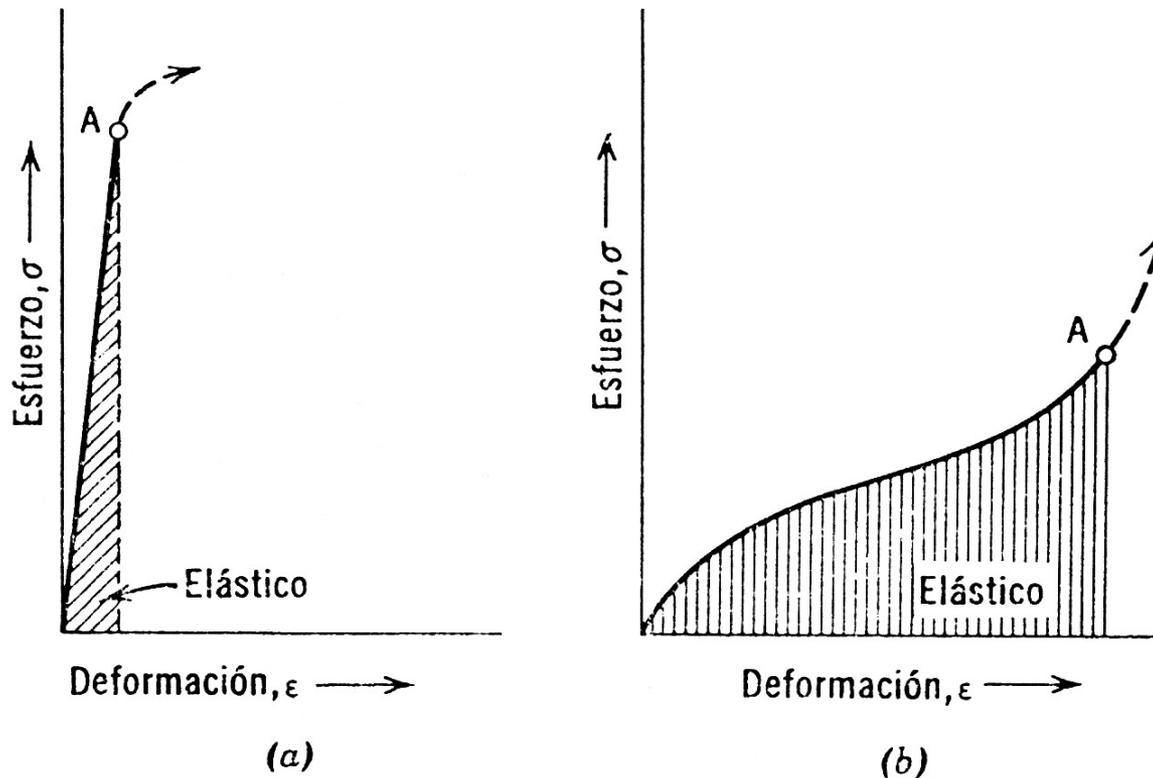


FIGURA 2.1 (a) Comportamiento elástico lineal y, (b) no lineal. El punto A en cada curva representa la terminación de la región elástica.

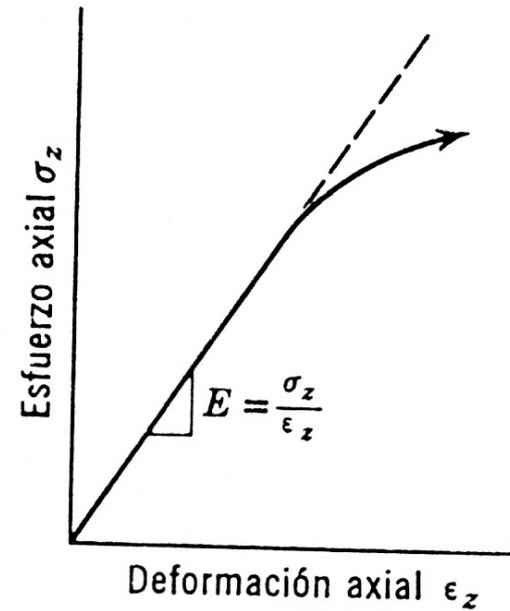
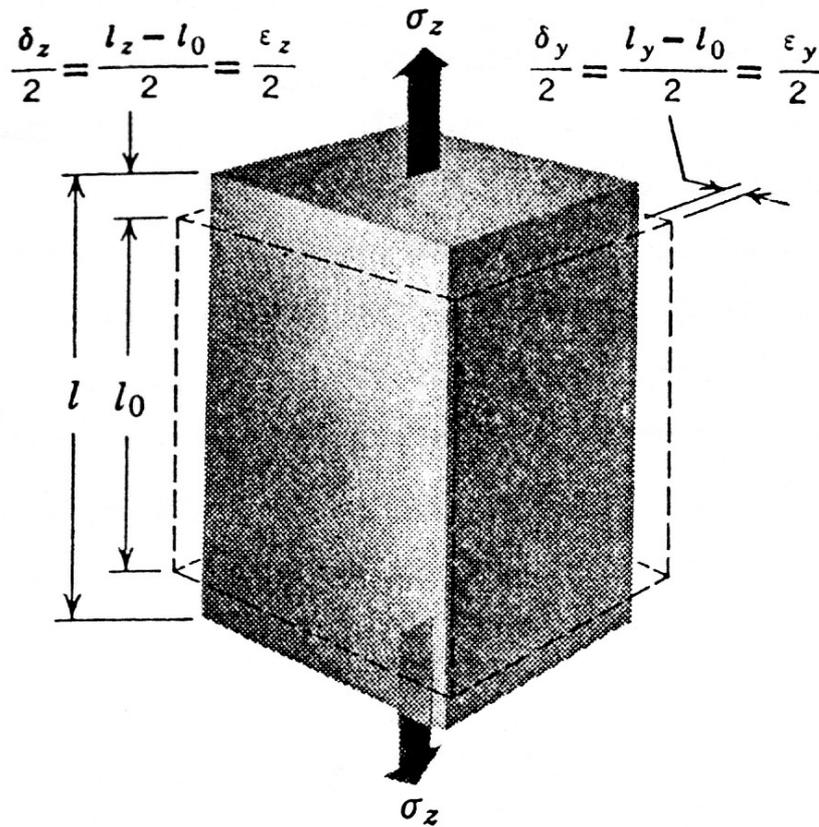


FIGURA 2.2 Esfuerzo uniaxial de tensión (o compresión). El coeficiente de Poisson es la razón de la deformación transversal a la deformación axial. Las líneas quebradas representan la forma inicial, libre de esfuerzos: un cubo con longitud lateral l_0 .

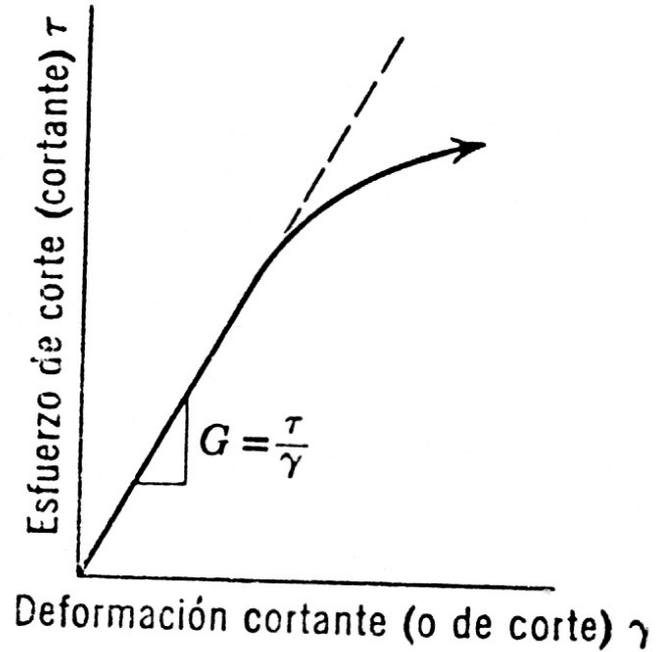
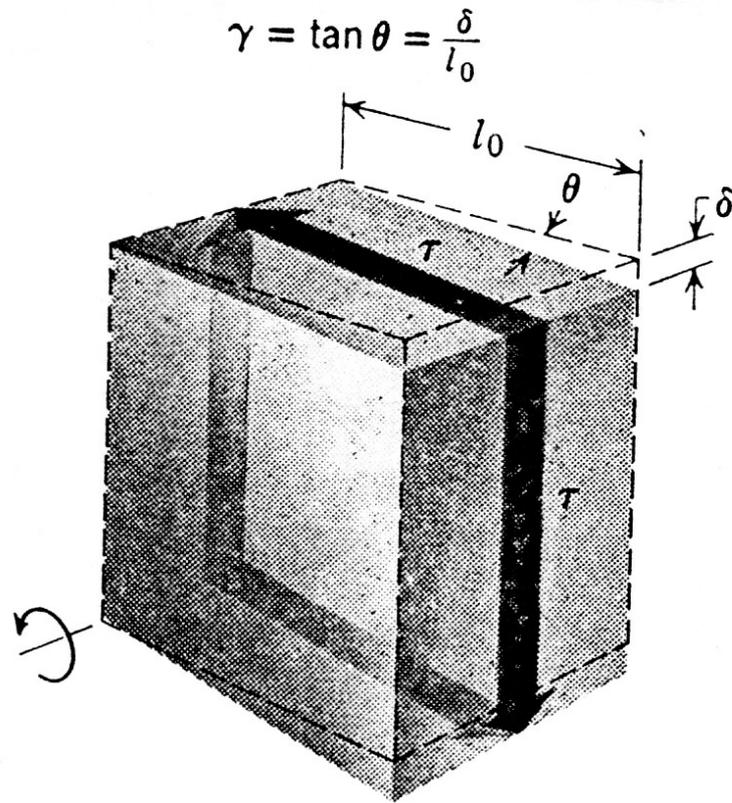


FIGURA 2.3 Geometría de la relación de esfuerzo-deformación cortante. Las líneas quebradas representan la forma inicial libre de esfuerzos: un cubo con longitud lateral l_0 . (Como se indica, deberá ocurrir también una rotación de cuerpo rígido.) La deformación cortante $\gamma = \delta/l_0 = \tan \theta$.

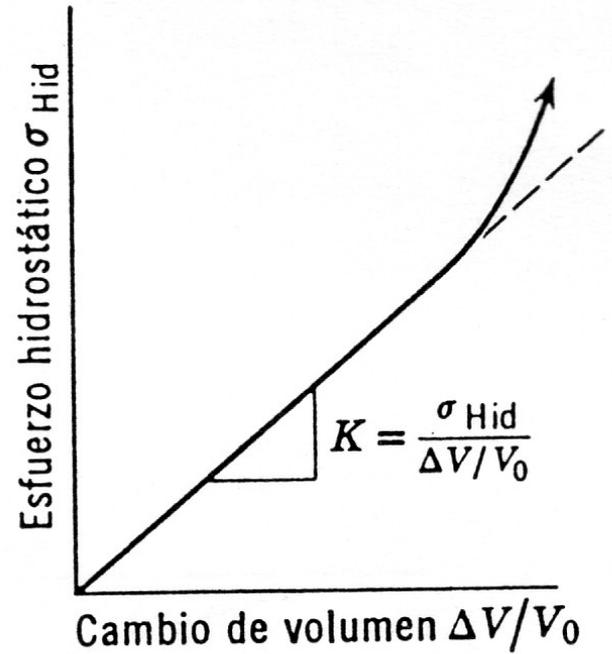
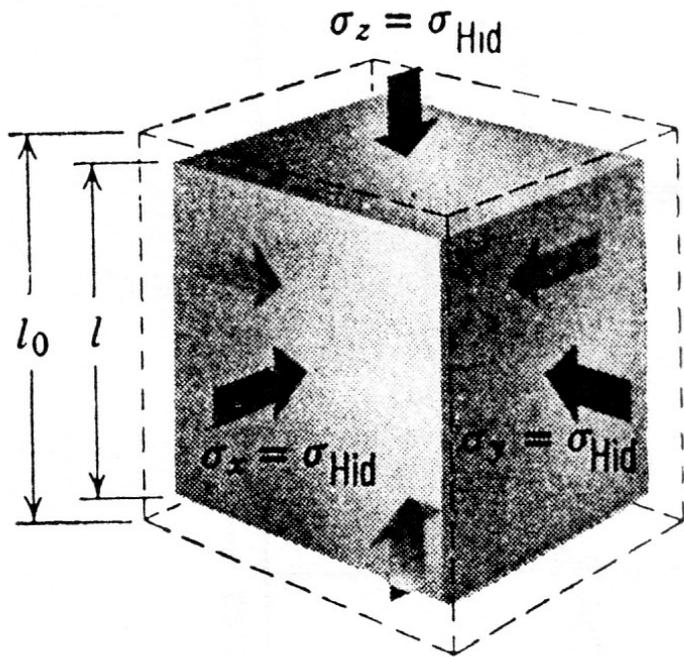


FIGURA 2.4 Esfuerzo hidrostático contra cambio en volumen. Las líneas quebra-
das alrededor del cubo representan el tamaño inicial libre de esfuerzos.

I.2 Bases Atómicas del Comportamiento Elástico

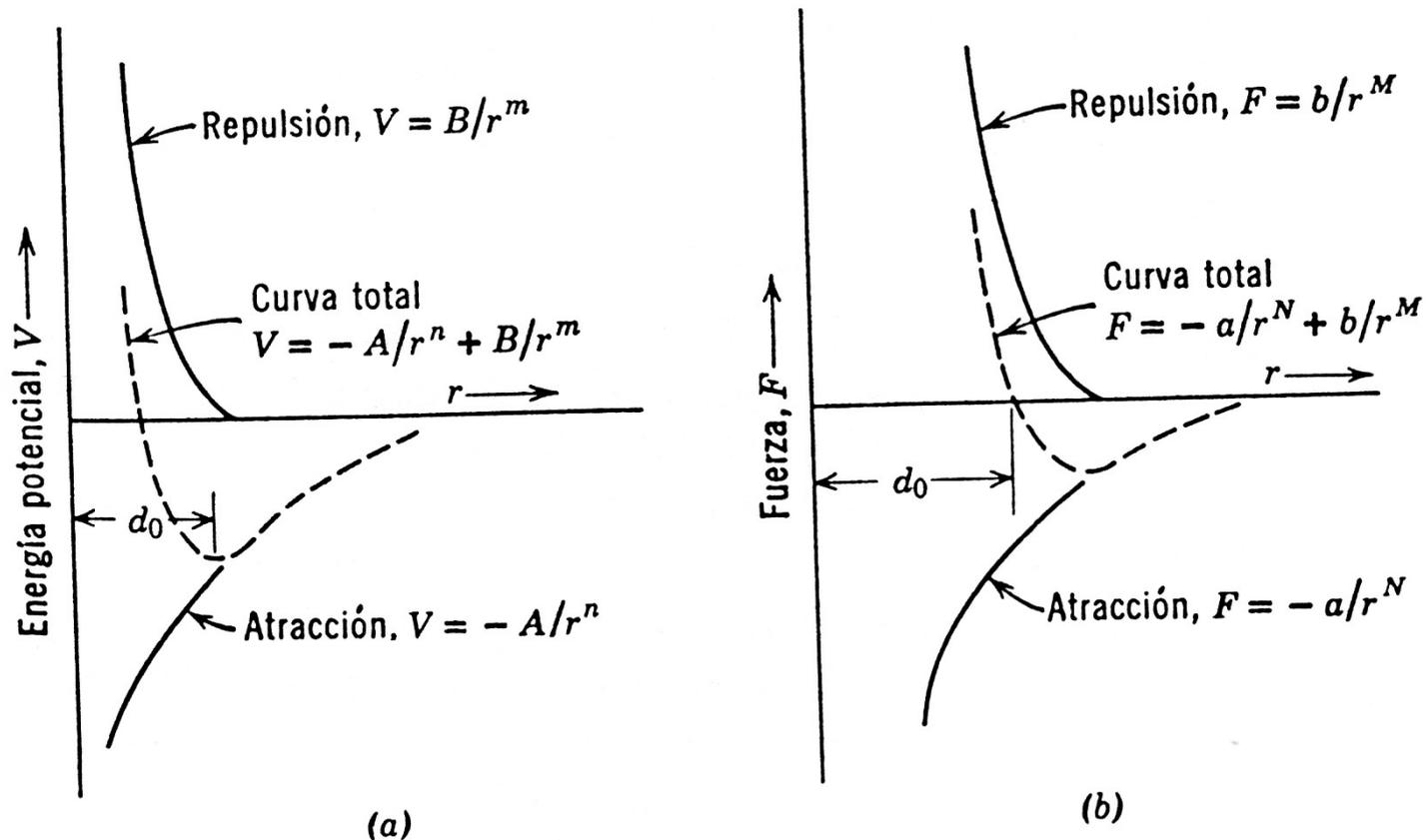


FIGURA 2.5 Curvas de Condon-Morse que muestran la variación cualitativa de:
(a) energía y (b) fuerza, con la distancia de separación entre los átomos, r .

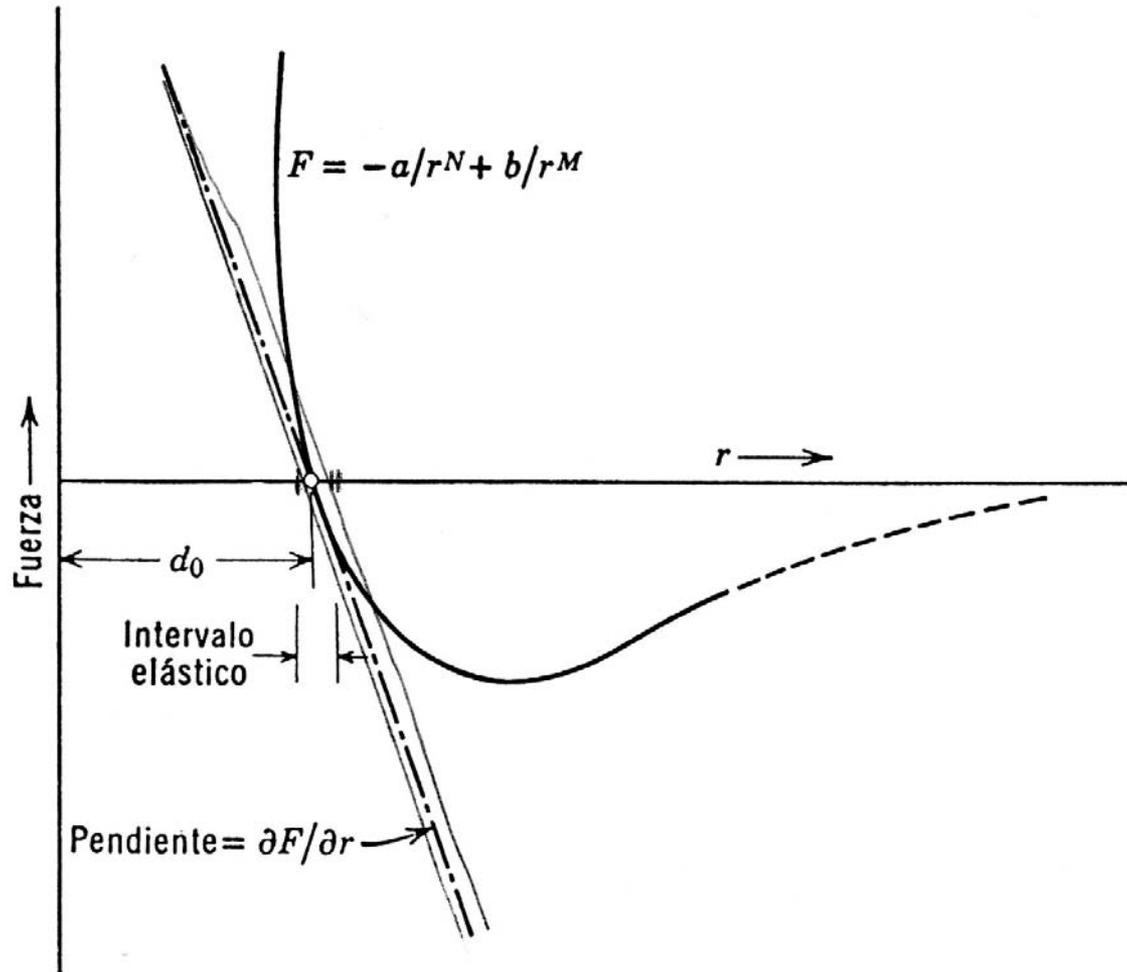


FIGURA 2.6 Para todos los casos prácticos, la curva total de fuerzas y su tangente coinciden en el intervalo de deformaciones elásticas encontrado en materiales cristalinos; de este modo, casi sin error, el esfuerzo se considera proporcional a la deformación de la región elástica.

Bases Atómicas del Comportamiento Elástico

- El valor de r que corresponde al mínimo de energía potencial, es la separación de equilibrio entre dos átomos, d_0 . La fuerza neta es cero en d_0 y un desplazamiento en cualquier dirección provocará la acción de fuerzas que restauren el equilibrio.
- Los átomos en una estructura cristalina tienden a estar arreglados en un patrón definido con respecto a sus vecinos.
- Las deformaciones macroscópicas elásticas, son el resultado de un cambio en el espacio interatómico. *La deformación macroscópica en una dirección dada $(l - l_0)/l_0$, es igual al cambio fraccionario promedio en el espacio interatómico en esa dirección $(d - d_0)/d_0$.* De esta manera se demuestra fácilmente que el módulo de Young E , es proporcional a la pendiente de la curva de fuerza Condon-Morse en el valor d_0 o alternativamente, a la curvatura de la curva potencial de Condon-Morse en el mismo valor de separación interatómica.

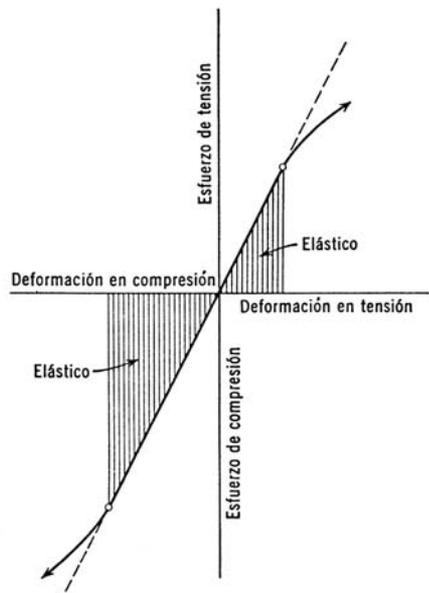


FIGURA 2.7 Típico comportamiento elástico de materiales cristalinos en compresión y tensión.

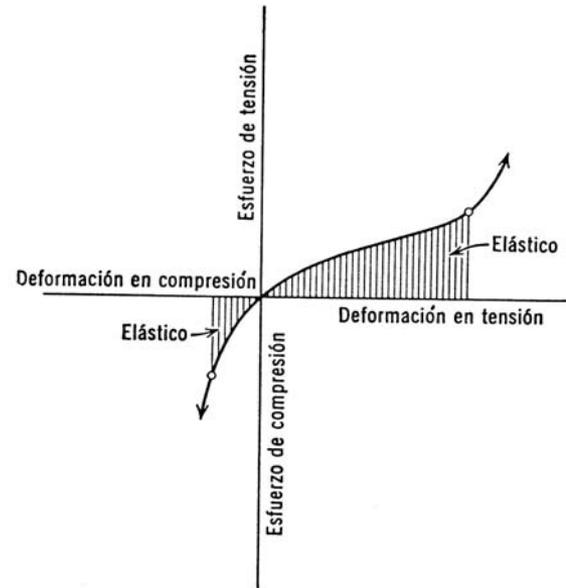


FIGURA 2.8 Típico comportamiento elástico de elastómeros en compresión y tensión.

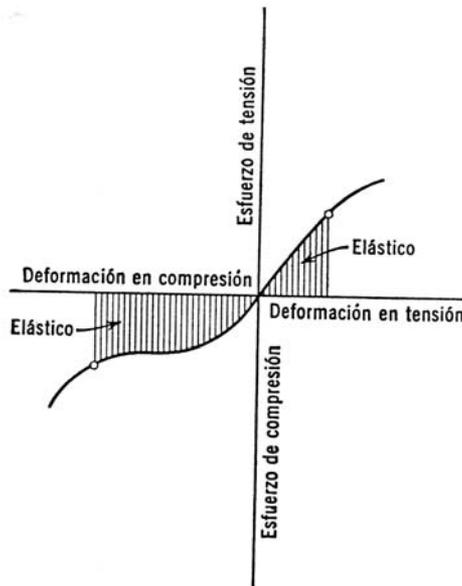


FIGURA 2.9 Típico comportamiento elástico en compresión y tensión de materiales celulares que exhiben pandeo elástico de las paredes de la celda, al deformarse en compresión.

Interatomic forces

Having established the various types of bonds that can form between atoms, and the shapes of their potential energy curves, we are now in a position to find out about the forces between atoms. Starting with the $U(r)$ curve, we can find this force F for any separation of the atoms, r , from the relationship

$$F = \frac{dU}{dr} \quad (4.6)$$

Figure 4.11 shows the shape of the force/distance curve that we get from a typical energy/distance curve in this way. Points to note are:

(1) F is zero at the equilibrium separation r_0 ; however, if the atoms are pulled apart by distance $(r - r_0)$, a force appears so as to resist this pulling apart. The force is closely proportional to $(r - r_0)$ for small $(r - r_0)$ for all materials, in both tension and compression.

(2) The stiffness, S , of the bond is given by

$$S = \frac{dF}{dr} = \frac{d^2U}{dr^2} \quad (4.7)$$

When the stretching is small, S is constant and equal to

$$S_0 = \left(\frac{d^2U}{dr^2} \right)_{r=r_0} \quad (4.8)$$

that is, the bond behaves in a linear-elastic manner. As we shall see in Chapter 6, this is the physical origin of Hooke's Law.

To conclude, the concept of bond stiffness, based on the energy/distance curves for the various bond types, gets us a long way towards understanding the origin of the

modulus. But we need to find out how individual atom bonds build up to form whole pieces of material before we can fully explain experimental data for the modulus. All the types of bonds we have mentioned strongly influence the packing of atoms in engineering materials. This is the subject of the next chapter.

Further reading

- A. H. Cottrell, *The Mechanical Properties of Matter*, Wiley, 1964, Chap. 2.
 K. J. Pascoe, *An Introduction to the Properties of Engineering Materials*, 3rd edition, Van Nostrand, 1978, Chaps. 2, 4.
 C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 4th edition, Wiley, 1971, Chap. 3.

BONDING BETWEEN ATOMS

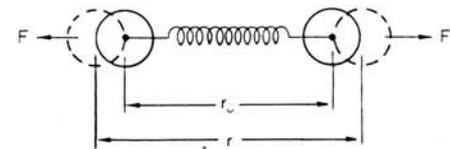
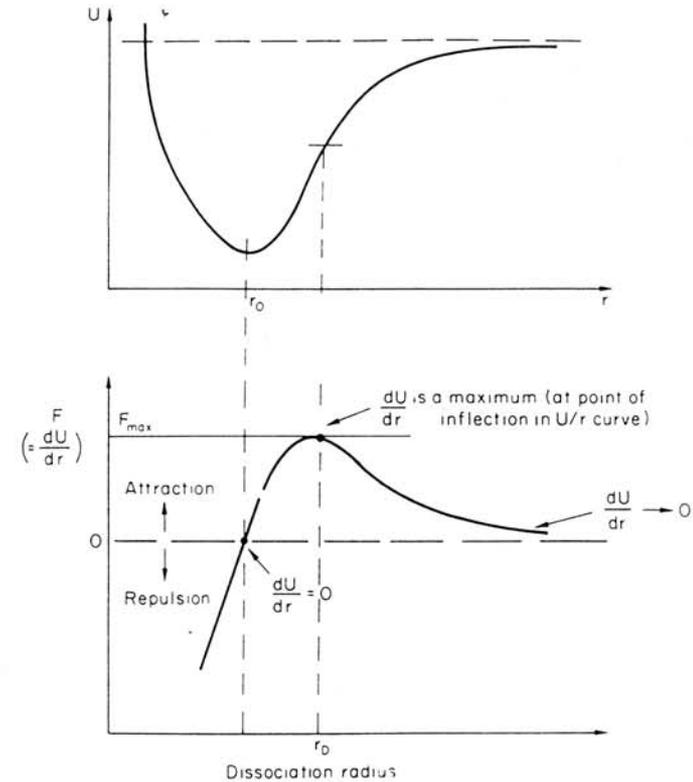


Fig. 4.11

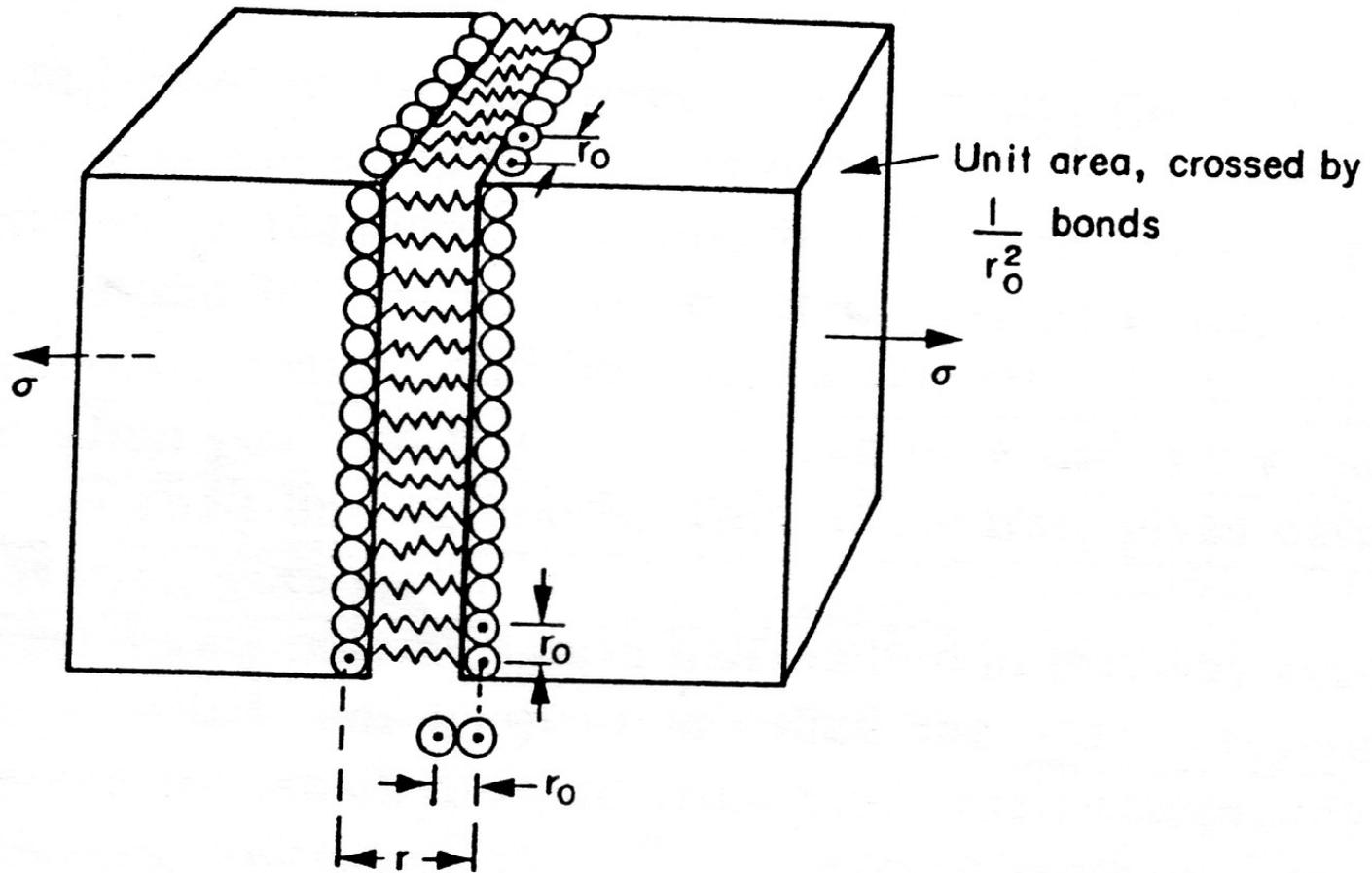


Fig. 6.1. Calculating Young's modulus from the stiffnesses of individual bonds.