

## TRABAJO PRACTICO: MODELACION MAGNETICA DE DIPOLO VERTICAL

En el capítulo de gravedad se demostró que la integral de volumen:

$$\int_v \frac{1}{|r - r_o|} dv$$

Puede expresarse como una integral de superficie bajo el supuesto que el cuerpo presenta simetría cilíndrica (se extiende infinitamente en dirección del rumbo):

$$\int_v \frac{1}{|r - r_o|} dv = 2 \int_s \log\left(\frac{1}{|r - r_o|}\right) ds$$

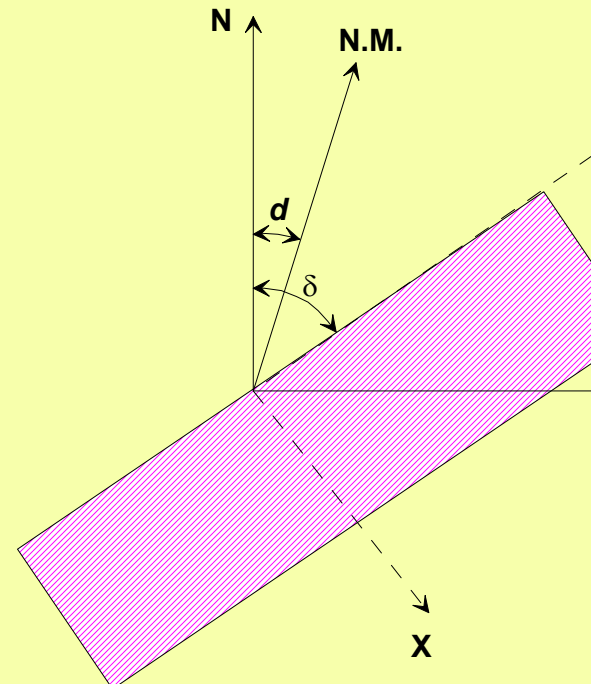
En consecuencia el potencial magnético en dos dimensiones se expresa como:

$$A(r_o) = -2M \cdot \nabla \int_s \log\left(\frac{1}{|r - r_o|}\right) ds$$

$$A(r_o) = -2M \left[ \alpha_x \frac{\partial}{\partial x} \int_s \log\left(\frac{1}{|r - r_o|}\right) ds + \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \int_s \log\left(\frac{1}{|r - r_o|}\right) ds \right]$$

$$\alpha_x : \cos(i) \cdot \cos(d - \delta); \quad \alpha_z : \sin(i)$$

$$A(r_o) = -2M \left[ \alpha_x \int_s \frac{x}{|r - r_o|^2} ds + \alpha_z \int_s \frac{z}{|r - r_o|^2} ds \right]$$



El campo magnético total se expresa entonces como:

$$\Delta T = -\nabla A(r_o) \cdot \hat{\kappa} = -\left[ \kappa_x \frac{\partial A}{\partial x} + \kappa_z \frac{\partial A}{\partial z} \right]$$

$$\kappa_x : \cos(I) \cdot \cos(D - \delta); \quad \kappa_z : \sin(I)$$

$$\Delta T = 2M \left\{ \begin{aligned} & \kappa_x \frac{\partial}{\partial x} \left[ \alpha_x \int_s \frac{x}{|r - r_o|^2} ds + \alpha_z \int_s \frac{z}{|r - r_o|^2} ds \right] + \\ & \kappa_z \frac{\partial}{\partial z} \left[ \alpha_x \int_s \frac{x}{|r - r_o|^2} ds + \alpha_z \int_s \frac{z}{|r - r_o|^2} ds \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta T = 2M \left\{ \begin{aligned} &\kappa_x \left[ \alpha_x \int_s \frac{z^2 - x^2}{|r - r_o|^4} ds + \alpha_z \int_s \frac{-2 \cdot x \cdot z}{|r - r_o|^4} ds \right] + \\ &\kappa_z \left[ \alpha_x \int_s \frac{-2 \cdot x \cdot z}{|r - r_o|^4} ds + \alpha_z \int_s \frac{x^2 - z^2}{|r - r_o|^4} ds \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta T = 2M \left\{ \kappa_x [\alpha_x U_{xx} + \alpha_z U_{xz}] + \kappa_z [\alpha_x U_{xz} - \alpha_z U_{xx}] \right\}$$

$$U_{xx} = \int_s \frac{z^2 - x^2}{|r - r_o|^4} ds; \quad U_{xz} = \int_s \frac{-2 \cdot x \cdot z}{|r - r_o|^4} ds$$

Si el cuerpo esta magnetizado por inducción:

$$\alpha_x = \kappa_x = \cos(i) \cdot \cos(d - \delta)$$

$$\alpha_z = \kappa_z = \sin(i)$$

$$\Delta T = 2M \left\{ U_{xx} \left[ \cos^2(i) \cdot \cos^2(d - \delta) - \sin^2(i) \right] + \right. \\ \left. 2 \cdot U_{xz} \left[ \cos(i) \cdot \cos(d - \delta) \cdot \sin(i) \right] \right\}$$

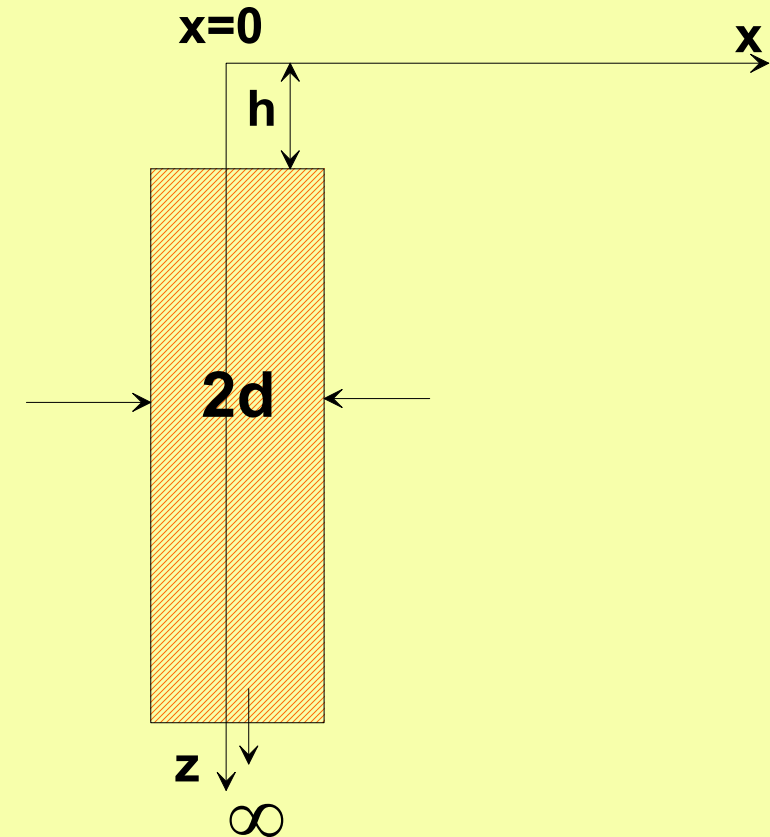
En consecuencia para resolver el campo total es necesario conocer los cosenos directores y las integrales

$$U_{xx} = \int_s \frac{z^2 - x^2}{|r - r_o|^4} ds; \quad U_{xz} = \int_s \frac{-2 \cdot x \cdot z}{|r - r_o|^4} ds$$

Evaluando estas integrales para un punto  $x$  distinto del origen:

$$U_{xx} = \int_s \frac{z^2 - (x - x_o)^2}{[(x - x_o)^2 + z^2]^2} ds; \quad U_{xz} = \int_s \frac{-2 \cdot (x - x_o) \cdot z}{[(x - x_o)^2 + z^2]^2} ds$$

Para una geometría correspondiente a un dique vertical:



$$U_{xz} = \int_{x=-d}^{x=d} dx \int_{z=h}^{z=\infty} \frac{-2 \cdot (x-x_o) \cdot z}{[(x-x_o)^2 + z^2]^2} dz$$

Integrando c/r a z:

$$U_{xz} = \int_{x=-d}^{x=d} \frac{(x-x_o)}{[(x-x_o)^2 + h^2]} dx$$

Integrando c/r a x:

$$U_{xz}(x_o) = \frac{1}{2} \log \left[ (x-x_o)^2 + h^2 \right]_{-d}^{+d} = \frac{1}{2} \log \frac{(d+x_o)^2 + h^2}{(-d+x_o)^2 + h^2}$$

$$U_{xx} = \int_{-d}^d dx \int_h^{\infty} \frac{z^2 - (x - x_o)^2}{[(x - x_o)^2 + z^2]^2} dz$$

Integrando c/r a x / z:

$$U_{xx} = \arctan \left[ \frac{h}{x_o + d} \right] - \arctan \left[ \frac{h}{x_o - d} \right]$$