

FI34A-03 Física Contemporánea

Pauta Ejercicio 2

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Pablo Castellanos
Andrés Guzmán

19 de agosto de 2007

Se desea describir el funcionamiento de un radar Doppler que un carabinero intenta usar para medir la (gran) velocidad de un auto relativista (y fuera de la ley) que acaba de cruzar un semáforo en rojo. El carabinero se encuentra en el semáforo.

1. Si el automovilista ve el semáforo en verde (longitud de onda = 500 nm, donde 1 nm = 10^{-9} m) en vez de rojo (700 nm), ¿debe estar acercándose o alejándose del semáforo?. ¿Y a que rapidez v en términos de c ?

_____ o _____

Como se vio en clases, la frecuencia de la luz que un observador mide mientras se desplaza en la dirección opuesta a la propagación de dicha luz es mayor respecto a la medida por el sistema en “reposo” respecto del cual el primer observador se desplaza. Por ende, la situación se invierte si el primer observador se desplazare en la misma dirección de propagación de la luz, y la frecuencia medida sería menor. De esto, y del hecho de que $\lambda\nu = c$, concluimos que el automovilista se iba acercando al semáforo para poder haber observado el efecto descrito.

La fórmula del efecto Doppler nos permite calcular la velocidad de acercamiento:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} &= \frac{\nu_{\text{verde}}}{\nu_{\text{rojo}}} = \frac{\lambda_{\text{rojo}}}{\lambda_{\text{verde}}} \\ \Rightarrow \frac{v}{c} &= \frac{12}{37}\end{aligned}\tag{1}$$

2. Considere ahora que el carabinero emite una onda de radio a frecuencia ν_0 hacia el auto (que se mueve en la misma línea con velocidad constante v calculada en 1) y luego ésta se refleja. Determine la frecuencia $\nu_R(\nu_0)$ a la cual el carabinero recibe el rayo reflejado (Hint: ¿Cuántos cambios de frecuencia ocurren debido al efecto Doppler?).

_____ o _____

El carabinero envía la señal de radio a frecuencia ν_0 al auto que se aleja. Un observador situado en el auto mediría esta frecuencia con corrimiento Doppler de acuerdo a la fórmula (1) (pero

esta vez con el signo de v cambiado, debido a que esta vez el movimiento ocurre en la dirección de propagación de la onda). En su sistema de referencia, esta señal es reflejada con la misma frecuencia pero en dirección opuesta, es decir, *hacia* el carabinero que se aleja del auto con rapidez v . Haciendo un razonamiento análogo, se concluye que el carabinero observa la señal con otro desplazamiento Doppler igual al anterior. El proceso involucra en total 2 corrimientos Doppler:

$$\begin{aligned}
 \nu_R &= \nu_{\text{reflejado, según el auto}} \times \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \\
 &= \nu_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}^2 = \nu_0 \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right) \quad (2) \\
 \Rightarrow \nu_R &= \frac{25}{49} \nu_0 \quad \text{reemplazando el resultado de (1)}
 \end{aligned}$$

3. Para $\nu_0 = 0.5 \text{ GHz}$ ($1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$), calcule la *diferencia* $\Delta\nu \equiv \nu_0 - \nu_R$ (¿debe ser positiva o negativa?). El radar Doppler solo permite diferencias $\Delta\nu < 100 \text{ Hz}$. ¿Detecta el carabinero al auto relativista?

_____ o _____

La combinación de los dos efectos Doppler descritos en el problema anterior producen una disminución en la frecuencia, por lo que $\Delta\nu$ es mayor que cero.

$$\Delta\nu = \left(1 - \frac{25}{49} \right) 0.5 \text{ GHz} \gg 100 \text{ Hz}$$

por lo que el carabinero no alcanza a detectar con su radar la señal reflejada de vuelta.