Pauta Ejercicio 2

P1.

a)

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z})}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

El flujo se calcula como, evaluando el campo en y=l:

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{-l}^{l}\int_{-l}^{l}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(x\hat{x} + l\hat{y} + z\hat{z})}{(x^2 + l^2 + z^2)^{3/2}}\cdot dxdz\hat{y}$$

$$= \int_{-l}^{l}\int_{-l}^{l}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{ldxdz}{(x^2 + l^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{Ql}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-l}^{l}\int_{-l}^{l}\frac{dxdz}{(x^2 + l^2 + z^2)^{3/2}}$$

Si $a^2=z^2+l^2$

Luego:

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Ql}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-l}^{l}\left[\frac{l}{(z^2 + l^2)^{1/2}(l^2 + z^2 + l^2)^{1/2}} + \frac{l}{(z^2 + l^2)^{1/2}(l^2 + z^2 + l^2)^{1/2}}\right]dz$$

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{2Ql}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-l}^{l}\frac{dz}{(z^2 + l^2)^{1/2}(z^2 + 2l^2)^{1/2}}$$

Con dejar expresada esta integral se obtenía todo el puntaje (1.5 puntos)

El ángulo sólido es $\Omega = \frac{Area}{l^2} = \frac{4l^2}{l^2}$ = 4 (0.5 puntos)

b)

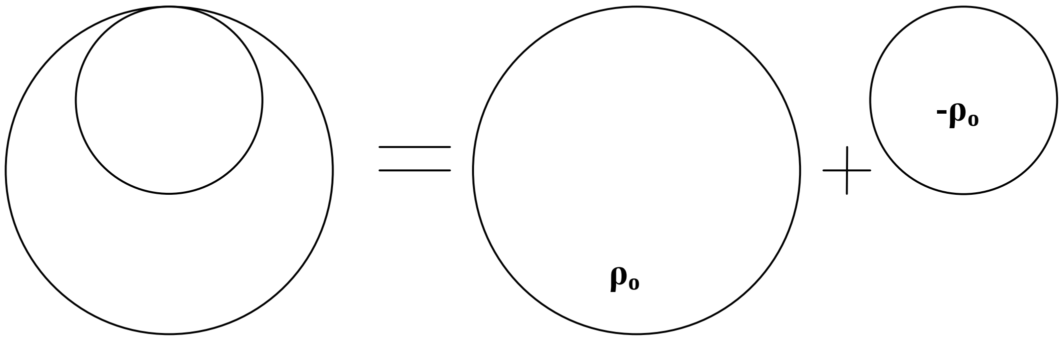
Por Gauss el flujo es:

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_o} \text{ (1 punto)}$$

Para la parte a) el flujo por una cara es $\frac{Q}{6\varepsilon_o}$

P2

El problema se puede resolver utilizando el principio de superposición.



El campo al interior de la esfera de radio 2R se calcula como:

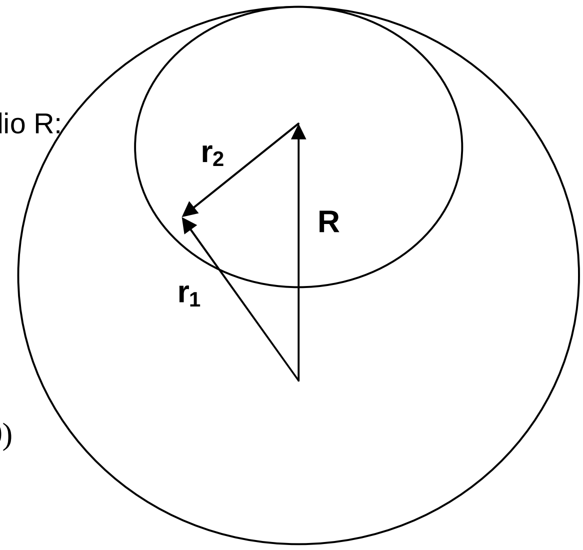
$$\iint \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{Q_1}{\varepsilon_o} = \frac{\rho_o 4\pi r^3}{\varepsilon}$$

$$E_1 \iint dS = \frac{\rho_o 4\pi r^3}{\varepsilon}$$

$$E_1 4\pi r^2 = \frac{\rho_o 4\pi r^3}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow$$

$$E_1 = \frac{\rho_o r}{3\varepsilon} \Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{\rho_o r_1 \hat{r}_1}{3\varepsilon} = \frac{\rho_o \vec{r}_1}{3\varepsilon}$$



De manera análoga para la esfera de radio R:

$$\vec{E}_1 = \frac{-\rho_o r_2 \hat{r}_2}{3\varepsilon} = -\frac{\rho_o \vec{r}_2}{3\varepsilon}$$

(1.5 puntos)

Luego, el campo total es:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho_o \vec{r}_1}{3\varepsilon} - \frac{\rho_o \vec{r}_2}{3\varepsilon} = \frac{\rho_o (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{3\varepsilon} \quad (1.0)$$

Finalmente, $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = R\hat{k}$ es el vector que une los centros de las esferas (0.5 puntos).

Dudas a: **cabenavi@ing.uchile.cl**