Estadistica Fermi-Dirac

La mecánica estadística de Fermi-Dirac se aplica principalmente a partículas subatómicas y muy particularmente a los electrones, los cuales se rigen por el principio de exclusión de Pauli según el cual solo dos electrones (con espín opuesto) pueden ocupar el mismo estado cuántico. A la temperatura del cero absoluto, no todos los electrones pueden estar en el estado de mínima energía; en lugar de ello, todos los estados de energía están llenos para una energía ϵ_f denominada energía de Fermi.

$dN_\epsilon = g(\epsilon)*f(\epsilon)\, d\epsilon$

donde $g(\epsilon)$ es la densidad de estados, $f(\epsilon)$ es la densidad de probabilidad de ocupación y N el numero de partículas.

Además $\langle\in\rangle = \frac{\int \in dN}{\int dN}$ la energía media por partícula

En el caso de la estadística de Fermi-Dirac:

$$\boldsymbol{f}(\in) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{e}^{\frac{\in-\in_f}{kT}} + \mathbf{1}}$$

Y $g(\epsilon)$ toma diferentes valores dependiendo del macroestado.

Ejemplos

1.Gas de electrones a T=0K

$$g(\in) = \frac{V(2m)^{3/2}}{2\pi^2\bar{h}^3} \in^{1/2}$$

$$f(\in) = \left\{1\ si\ \ \in<\in_f\ \middle|\, 0\ si\ \ \in>\in_f\right\}$$

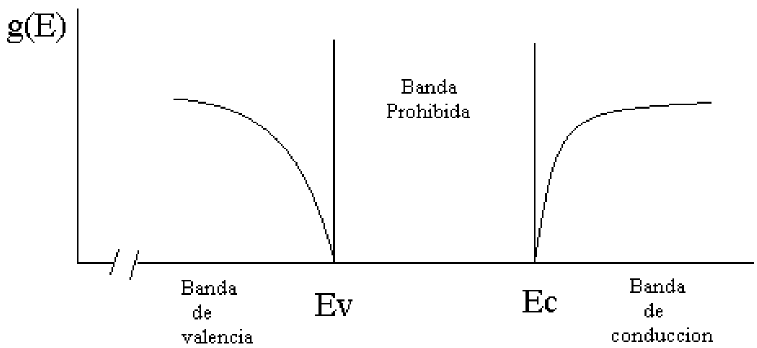
Integrando para energías entre cero y la energía de fermi se obtiene:

$$\in_f = \frac{\bar{h}^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$$

A su vez calculando la energía media se obtiene $\langle\in\rangle = \frac{3}{5}\in_f$

Los desarrollos están explicados en el apunte del profesor

Es importante recordar que al calcular la energía media la integral de dN es N, pero la integral ЄdN no es ЄN ya que el diferencial dN depende de la energía (dN=g*f dЄ).



2. En un semiconductor existen bandas de energía permitidas y prohibidas como se muestra en la figura.

Asumiendo que la densidad de estado en la banda de conducción es proporcional a la raíz de la energía y que la energía de Fermi se encuentra en la mitad de la banda prohibida, determine la cantidad de electrones en la banda de conducción a temperatura ambiente.

Sol. $g(\epsilon)= A(\epsilon-\epsilon_c)^{1/2}$ con A constante

$$\Rightarrow N = A\int_{\epsilon_c}^{\propto}(\epsilon - \epsilon c)^{\frac{1}{2}} f(\epsilon) d\,\epsilon$$

Pero a temperatura ambiente $kT \approx 0\ .025eV$ y $\epsilon-\epsilon_f \approx 1eV$

$$\Rightarrow f(\epsilon) \approx e^{-\frac{\epsilon-\epsilon_f}{kT}}$$

Luego resolviendo la integral llegamos a:

$$N = A(e^{-\frac{\epsilon-\epsilon_f}{kT}})\frac{\sqrt[2]{\pi}}{2}(kT)^{\frac{3}{2}}$$ (Comprobar!)

Pero según el enunciado $\epsilon_f = (\epsilon_c - \epsilon_v)/2$

Reemplazando este valor llegamos a una expresión para N en función solo de constantes y las energías ϵ_c y ϵ_v dadas.

Atte.

Rodolfo Ordoñez