

Sistemas Dinámicos

Control 1

Profs: Felipe Barra y René Rojas

Tiempo: 3 horas

Problema 1: Mecánica de Lagrange

Considere una partícula puntual de masa m que se mueve en la superficie de revolución $r = r_0 + az^2$ ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$). La partícula, además, está unida al origen por un resorte de largo natural l y constante k . Despreciando la gravedad:

- Elija los grados de libertad apropiados y construya el Lagrangiano $L = T - V$.
- Obtenga las ecuaciones de movimiento (Ecs. Lagrange).
- ¿Cuáles son las cantidades conservadas? Justifique su respuesta desde el punto de vista de la mecánica de Lagrange
- Obtenga una ecuación diferencial de segundo orden para una de las coordenadas generalizadas.
- ¿Qué cambios cualitativos introduce la gravedad?

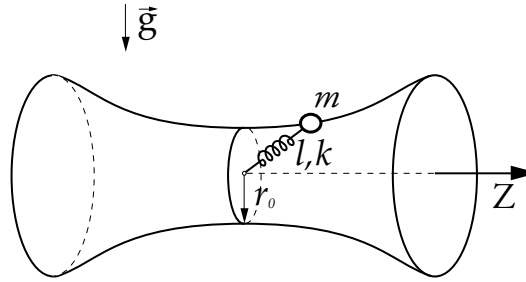


Figure 1: problema 1

Problema 2 : Sólido Rígido

Un disco de radio R y masa M se encuentra apoyado sobre una superficie vertical que gira con velocidad angular $\Omega(t)$ no constante. El contacto es de tal manera que el disco rueda sobre su eje, sin resbalar sobre la superficie. Además, el disco se encuentra sujeto por una vara sin masa de largo L al punto fijo O , tal como muestran las figuras de la izquierda.

- Encontrar la ecuación de movimiento para el ángulo θ que forma el eje del disco respecto a la vertical.
- Si $\Omega(t) = \alpha t$, encuentre los ángulos de equilibrio y determine su estabilidad.

Problema 3 : Péndulo Sólido

Un disco de radio R y masa M se encuentra unido a una barra de largo L y masa despreciable que está sujeta a un eje horizontal que puede girar libremente en cualquier dirección:

- Encontrar las ecuaciones de movimiento para este péndulo.
- ¿Cuál es la condición para que este péndulo se mueva sobre el plano vertical como un péndulo simple?

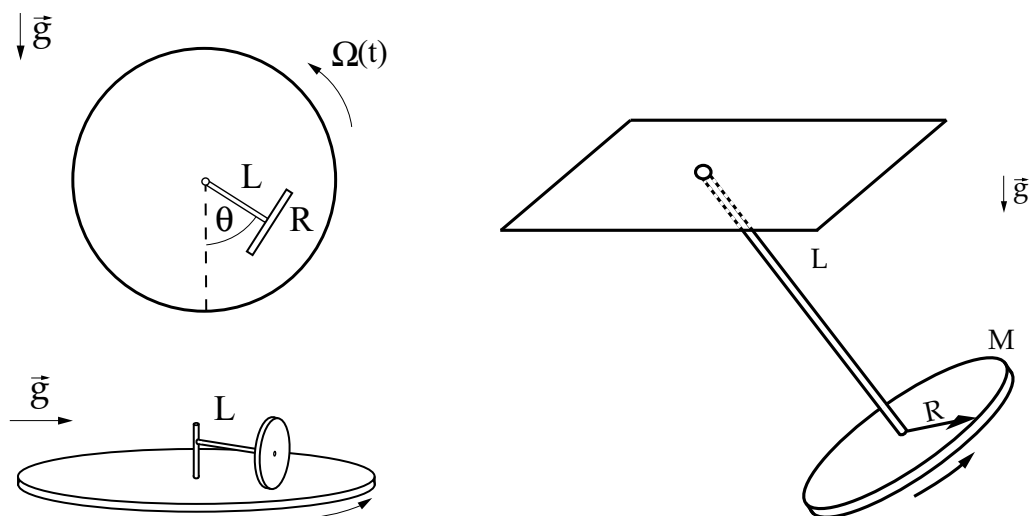


Figure 2: problemas 2 y 3 respectivamente