

# Sistemas Dinámicos

## Examen

Profs: Felipe Barra y René Rojas  
Tiempo: 3 horas

### Problema 1: Transmisión y Reflexión

Considere una cuerda de densidad lineal  $\sigma$  y tensión  $\tau$ . En esta cuerda está adherida una masa puntual  $m$  que está unida a un resorte de constante elástica  $k_0$ . Este resorte tiene un movimiento vertical solamente y su largo natural se da cuando la cuerda está perfectamente horizontal.

- Encuentre los coeficientes de transmisión y reflexión.
- Analice el coeficiente de transmisión como función de la frecuencia  $T(\omega)$ .

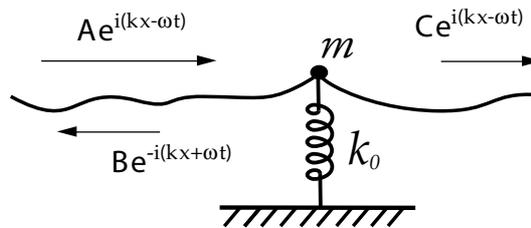


Figure 1: problemas 1

### Problema 2 : Oscilaciones Pequeñas

Considere un sistema compuesto por un disco de masa  $m$  y radio  $r$ , que rueda sin resbalar sobre una superficie horizontal, sobre el cual cuelga, desde su centro, un péndulo de largo  $l$  y masa  $m$ . El disco está atado a una pared por un resorte de constante elástica  $k$ , como se ilustra en la figura.

- ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema? Escriba el Lagrangeano.
- Encuentre el lagrangeano de pequeñas oscilaciones.
- Calcule las frecuencias propias y los modos normales.

### Problema 3 : Cuerda Colgante

Una cuerda de largo  $l$  y masa  $m$  se encuentra sostenida verticalmente por su extremo superior, como lo muestra la figura, y está bajo la influencia de la gravedad.

- Encuentre la tensión en cada punto de la cuerda.
- Deduzca la ecuación de la cuerda para desplazamientos horizontales.
- ¿Qué condiciones de borde cumple la cuerda?
- ¿Cómo se modifica la ecuación y las condiciones de borde si sobre el extremo inferior de la cuerda se cuelga un cuerpo de masa  $M_0$ ?

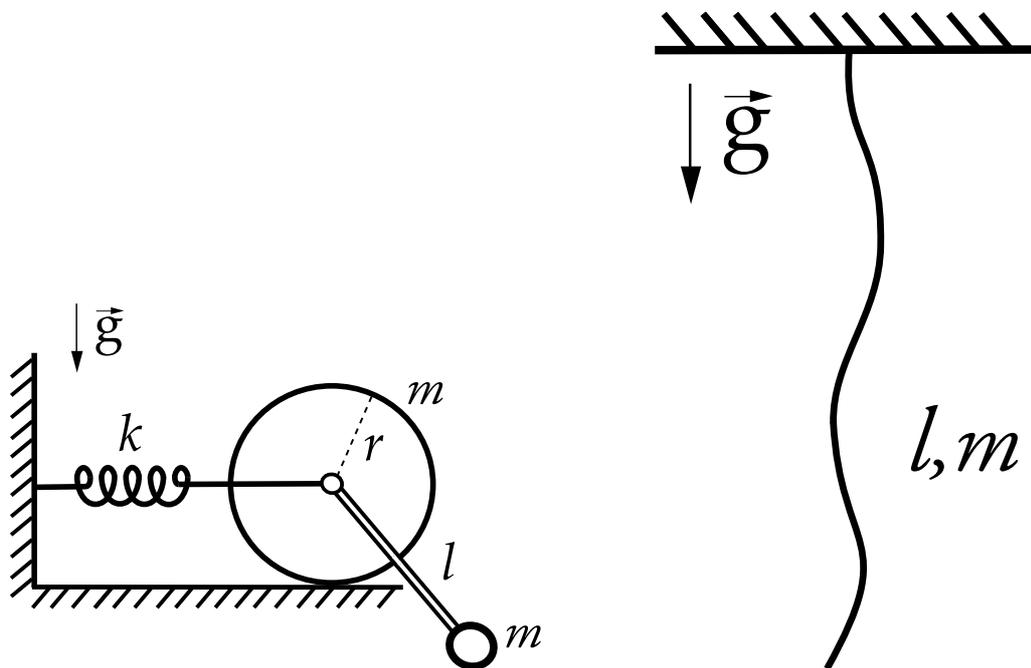


Figure 2: problemas 2 y 3 respectivamente