Sistemas Dinámicos

Examen: **Tiempo: 3** horas
Prof: Felipe Barra, Aux: Carlos Orellana, Eduardo Saavedra

Problema 1
Un pistón ejerce una fuerza oscilante $F = F_0 \cos(\Omega t)$ en el borde izquierdo ($x = -L$) de un tubo de sección S lleno de aire que en equilibrio tiene densidad ρ_0. En el extremo derecho ($x = 0$) existe una pared que no permite el movimiento del fluido (i.e. $\xi(0, t) = 0$) pero transmite la presión al tubo contiguo.

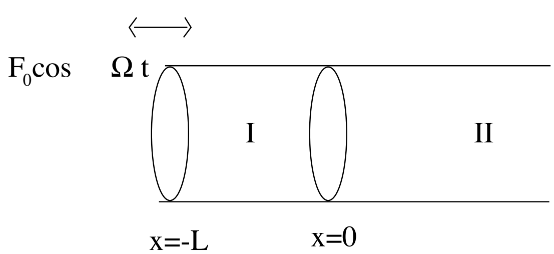
Este tubo vecino está lleno de un medio muy viscoso donde la presión satisface

$$\gamma \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

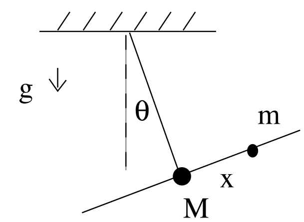
con $\gamma > 0$, un coeficiente de viscosidad.

Calcule la presión en el borde derecho del primer tubo ($x = 0$) usando la ecuación de onda y úsela como condición de borde para la ecuación del segundo tubo. Suponga que una onda plana de presión $p = Re(Ae^{i(kx-\Omega t)})$ se propagará en el segundo medio. Determine A mediante la condición de borde obtenida y determine k como función de Ω. Finalmente escriba p como función de los datos del problema en el segundo tubo.

¿Si el oido solo detecta promedios de presión, podría usar el sistema anterior para explicar como el oido distingue frecuencias? (0 puntos)



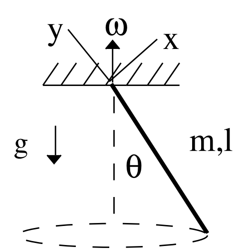
Problema 2
Considere una masa M que une dos barras de masas despreciables en un ángulo recto. Sobre una de las barras se desliza una partícula de masa m como se muestra en la figura. Desperdicie todos los efectos del roce y considere que las masas son puntuales.



Escriba el Lagrangianio del sistema y las ecuaciones de movimiento usando los grados de libertad θ y x. Determine el punto de equilibrio.

Con el método usado en pequeñas oscilaciones muestre que este equilibrio es inestable (osea la frecuencia es imaginaria) y obtenga el análogo a los "modos normales" de oscilación.

Problema 3 Considere una barra de masa m (distribuida uniformemente) que cuelga del techo formando un angulo θ constante con la vertical y girando a una velocidad angular $\vec{\omega}$ desconocida en magnitud. Usando la ecuación que relaciona el torque producido por la gravedad a la derivada del momentum angular $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, determine la magnitud ω de la velocidad angular.



Indicación: Es conveniente calcular $\vec{L}$ y su derivada en los ejes principales de inercia de la barra. Los momentos de inercia relativos al punto fijo son $I_x = I_z = ml^2/3$, $I_y = 0$. Aquí el eje $\hat{y}$ es paralelo a la barra y el eje $\hat{z}$ sale del plano del dibujo.