

Sistemas Dinámicos

Control 3

Profs: Felipe Barra y René Rojas

Tiempo: 3 horas

Problema 1: Transmisión y Reflexión

Considere una cuerda de largo L , densidad lineal σ y tensión τ . En esta cuerda está adherida a ella una masa puntual m . Encuentre los coeficientes de transmisión y reflexión, para ello:

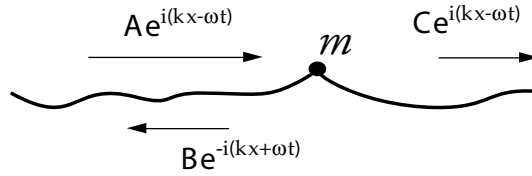


Figure 1: problemas 1 y 2 respectivamente

- Escriba la ecuación de Newton para la masa m .
- Luego encuentre las condiciones de borde en la posición de la masa m .
- Finalmente, dada una onda incidente $A e^{i(kx-\omega t)}$ encuentre los coeficientes de transmisión y reflexión.

Problema 2 : Ondas en una Barra

Una barra se encuentra sujeta en sus extremos por dos paredes que la mantienen fija¹, la ecuación que cumple la barra es:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\sigma^4 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

Encuentre los modos propios de oscilación de la barra.

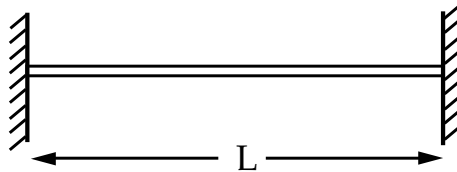


Figure 2: problemas 1 y 2 respectivamente

¹Las condiciones de borde para la barra fija son: $y(0, t) = y(L, t) = 0$; $\frac{\partial y(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial y(L, t)}{\partial x} = 0$

Problema 3 : Cuerda Periódica

Una cuerda de largo L , densidad lineal σ y tensión τ , es enrollada en torno a un cilindro y unida en sus extremos, luego esta cuerda cumple con condiciones de borde periódicas².

- a) Encuentre las frecuencias propias.
- b) Grafique los cuatro primeros modos normales.
- c) Dada la condición inicial.

$$y(x, 0) = \begin{cases} \alpha x & \text{si } x \in [0, \frac{L}{2}] \\ \alpha(L - x) & \text{si } x \in [\frac{L}{2}, L] \end{cases}$$
$$\frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = 0$$

encuentre la solución general.

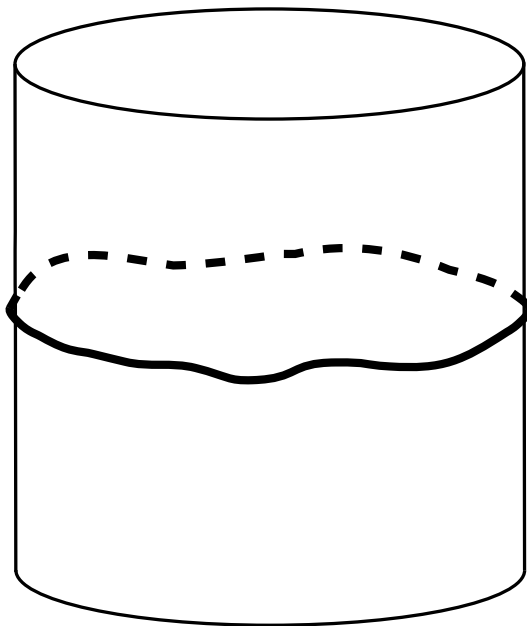


Figure 3: problema 3

²Condiciones de borde periódicas: $y(0, t) = y(L, t)$; $\frac{\partial y(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial y(L, t)}{\partial x}$.