Auxiliar - Lunes 29 de Octubre

FI21A - Mecánica
Prof. Patricio Cordero
Semestre Primavera 2007
Auxs: Francisco Mena & Kim Hauser

P1

Una circunferencia de radio ρ_o, en un plano vertical, gira en torno a un eje fijo con velocidad angular ω. El centro de la cicunferencia describe, en su giro, una circunferencia de radio R. El plano de la circunferencia se mantiene siempre perpendicular al vector $\vec{R}$ de la figura. Una partícula de masa m puede deslizar sin roce por la circunferencia de radio ρ_o.
El problema es describir la ecuación de movimiento para esta partícula y sus propiedades. Para hacerlo puede escoger el sistema de referencia S' que desee.

(a) Defina claramente el sistema S' escogido y calcule las fuerzas centrífuga, de Coriolis y transversal que actúan sobre la partícula.

(b) Obtenga la ecuación de movimiento completa y de ella obtenga una ecuación -sin coeficientes desconocidos- para el ángulo ϕ de la forma:

$$\ddot{\phi} = f(\phi) \tag{1}$$

(c) Discuta bajo qué condiciones la posición $\phi = 0$ es estable/inestable y, en los casos en que $\phi = 0$ sea estable, obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ese ángulo.

(d) **PROPUESTO** En los casos en que $\phi = 0$ es inestable obtenga otro ángulo ϕ_1 que sí define una posición estable. Obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ϕ_1.

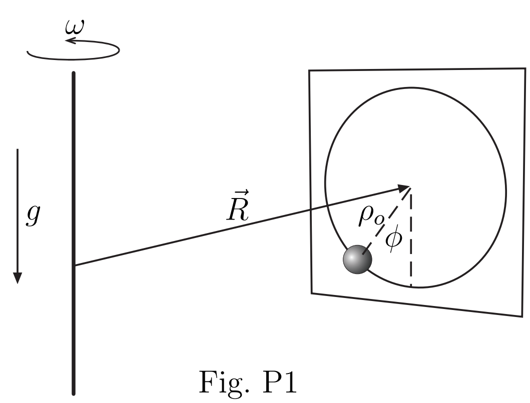

Fig. P1

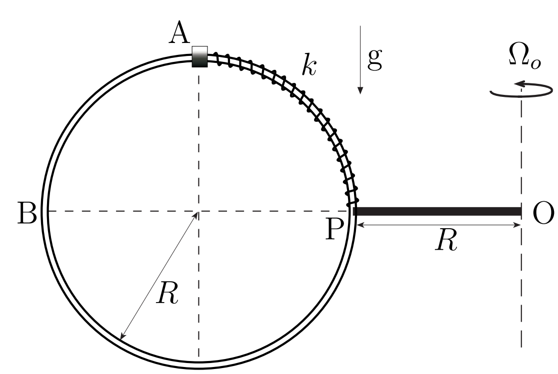

Fig. P2

P2

Un anillo de masa m se encuentra inserto en un aro circular vertical de radio R. El aro se encuentra soldado a una barra horizontal OP de largo R que lo hace girar con velocidad angular constante $\vec{\Omega}_o$ respecto a un eje vertical que pasa por O. Un resorte ideal de constante elástica k y largo natural nulo liga, a través del aro, al anillo con el punto P. Se pide:

(a) Determinar la magnitud de la velocidad angular Ω_o si el anillo permanece en reposo relativo al aro cuando se encuentra ubicado en el punto A (el punto más alto del aro).

(b) Determinar la rapidez relativa al aro mínima que el anillo debe tener en el punto A para que, en su movimiento, alcance a llegar al punto B (punto opuesto a P).

(c) Para la condición de **(b)**, determinar la(s) fuerza(s) que el aro ejerce sobre el anillo en los puntos A y B.

P3

Una partícula P de masa m se mueve sin roce por el borde exterior de un cilindro de radio R y eje vertical. El cilindro y la partícula están sobre una plataforma horizontal que rota con velocidad angular constante $\vec{\Omega} = \Omega\hat{k}$ $(\Omega > 0)$ en torno a un punto fijo O ubicado a una distancia $2R$ del centro del cilindro (punto O'). Si se designa ϕ al ángulo $OO'P$, la partícula inicia su movimiento en la posición $\phi = 0$, con una velocidad angular inicial positiva, pero muy pequeña. Se pide:

(a) Encontrar una expresión para la velocidad angular $\dot{\phi}$ (para cualquier instante previo a la separación).

(b) Determinar una ecuación para el ángulo ϕ_s en que la partícula se separa del cilindro.

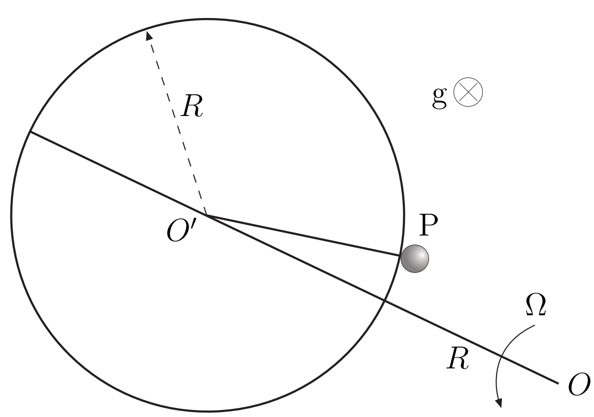

Fig. P3

Respuestas:
(sujetas a errores de Kim)

***R*1: (b)** $\ddot{\phi} = \operatorname{sen}\phi(\omega^2\cos\phi - \frac{g}{\rho_o})$**; (c)** $\phi_o = 0 \quad \textit{estable} \quad \textit{si} \quad \omega^2 < \frac{g}{\rho_o}$, $\omega_{p.o.}[\phi_o] = \frac{g}{\rho_o} - \omega^2$**; (d)** $\phi_1 = \arccos(\frac{g}{\rho_o\omega^2}), \quad \omega_{p.o.}[\phi_1] = \omega^2 - \frac{g^2}{\rho_o^2\omega^2}$

***R*2: (a)** $\Omega_o^2 = \frac{\pi k}{4m}$**; (b)** $v'_A = R\sqrt{\frac{3\pi^2 k}{4m} - \frac{2g}{R} - 5\Omega_o^2}$**.**

***R*3: (a)** $\dot{\phi}^2 = 4\Omega^2(1-\cos\phi)$**; (b)** $\frac{3}{2}\cos\phi_s - \frac{5}{4} - \sqrt{1-\cos\phi_s} = 0$**;**