

Auxiliar - Jueves 4 de Octubre

FI21A - Mecánica

Prof. Patricio Cordero

Semestre Primavera 2007

Auxs: Francisco Mena & Kim Hauser

P1

Considere una partícula de masa m que se mueve en un campo de fuerza de atracción central $\vec{F} = -c\hat{r}$, donde c es una constante positiva (note que la magnitud de la fuerza es constante).

- (a) Demuestre que la partícula no puede escapar de este campo de atracción.
- (b) Si se verifica que la partícula se encuentra en una órbita circular de radio $r = r_o$, determine el período de pequeñas oscilaciones que experimenta la distancia entre la partícula y el centro de atracción cuando la partícula sufre una pequeña perturbación radial.
- (c) Suponga que, como resultado de un impulso radial, en dirección opuesta al centro de atracción, la partícula queda en una órbita tal que su distancia máxima al centro de atracción es $2r_o$. Determine cuánto aumenta la energía mecánica total de la partícula como resultado de este impulso.

R: (b) $\omega_{po}^2 = \frac{3c}{mr_o}$; (c) $\Delta E = \frac{5}{8}cr_o$

P2

Desde la tierra se desea lanzar un satélite en órbita parabólica y para ello se procede como sigue. Primero se coloca en una órbita circunferencial de radio R . En un punto B de esta órbita se dispara sus cohetes tangencialmente y queda en una órbita elíptica cuyo radio mínimo es R . Al alcanzar su radio máximo (punto A), se dispara nuevamente en forma tangencial sus cohetes, alcanzando la rapidez que obtuvo en B y queda en órbita parabólica.

Se pide determinar:

- (a) La rapidez del satélite en su órbita circunferencial.
- (b) Excentricidad de la órbita elíptica (o sencillamente el cociente entre los radios máximo y mínimo).
- (c) Velocidades en A y B en el caso de la órbita elíptica.

Puede considerar como datos: G , la masa M de la tierra y el radio R .

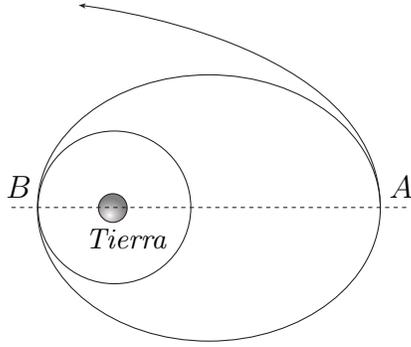


Fig. P2

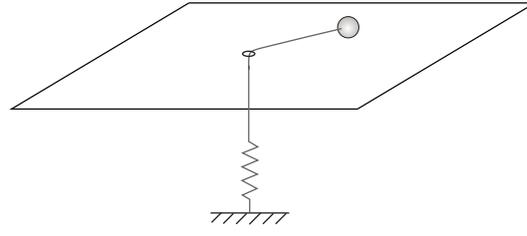


Fig. P3

R: (a) $v_o = \sqrt{GM/R}$; (b) $\frac{r_{max}}{R} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$;
 (c) $v_A^2 = \frac{16GM}{R(1 + \sqrt{5})^3}$; $v_B^2 = \frac{4GM}{R(1 + \sqrt{5})}$

P3

Por un plano horizontal desliza sin roce una partícula de masa m unida a un hilo. Éste pasa por un agujero y termina unido a un resorte de constante elástica k verticalmente debajo del agujero. Cuando el resorte está en su largo natural, la partícula está justo en el agujero. En lo que sigue se pide estudiar la dinámica de la partícula cuando es soltada a una distancia ρ_o del agujero y con una velocidad perpendicular al hilo, de magnitud v_o .

- Determine la ecuación de movimiento.
- Encuentre la relación entre ρ_o y v_o para que la órbita sea circular.
- Obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a esta órbita circular.
- Determine si en aproximación de pequeñas oscilaciones la órbita es cerrada.

R: (a) $\ddot{\rho} = \frac{\rho_o^2 v_o^2}{\rho^3} - \frac{k}{m} \rho$; (b) $\rho_o = \sqrt{\frac{m v_o^2}{k}}$;
 (c) $\omega_{po} = \sqrt{\frac{4k}{m}}$; (d) $\frac{\omega}{\omega_o} = 2 \quad \therefore$ es cerrada.