Auxiliar - Lunes 6 de Agosto

FI21A - Mecánica

Prof. Patricio Cordero

Semestre Primavera 2007

Auxs: Francisco Mena & Kim Hauser

P1

Considere un tubo con forma de L dentro del cual puede deslizar una cuenta de masa m. Escogiendo un sistema de coordenadas cilíndricas, un brazo del tubo coincide con el eje z. El otro se mueve girando con velocidad angular constante ω_0, contenido siempre en el plano x-y ($z = 0$). La cuenta es desplazada por el interior de este último brazo hacia el eje z, gracias a la acción de una cuerda que recorre el interior del tubo y es tirada en el extremo opuesto. La tracción es tal que la cuenta adquiere una velocidad constante v_0. Considerando que inicialmente la cuenta está a una distancia R del eje z:

(a) Determine la velocidad y aceleración de la cuenta en función de su distancia al eje de rotación ρ.

(b) Calcule el radio de curvatura ρ_c de la trayectoria de la cuenta en función de ρ. Es importante hacer un gráfico de esta función $\rho_c(\rho)$, precisando su valor para $\rho = 0$ y su comportamiento para $\rho \to \infty$. Considere en este caso $v_0 = \lambda\omega_0 R$, con λ una constante.

(c) Determine la tensión de la cuerda en función de ρ y la fuerza normal que la pared interior del tubo ejerce sobre la cuenta.

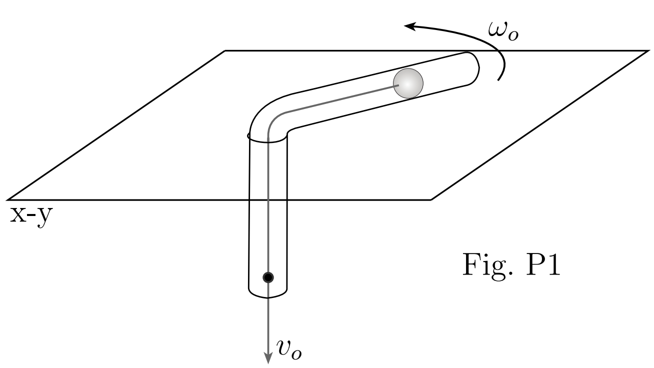

Fig. P1

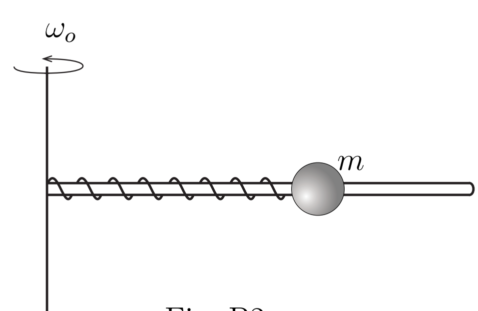

Fig. P2

P2

Considere una bolita de masa m ensartada en una barra de manera que puede deslizar sin roce por ella. La masa está atada mediante un resorte, de constante elástica k y largo natural l_0, a un extremo de la barra, y esta última, a su vez, gira c/r al mismo extremo en un plano horizontal con velocidad angular ω constante. En $t = 0$ la bolita se suelta con el resorte comprimido en $l_0/2$ y $\dot{\rho}(0) = 0$:

(a) ¿Qué relación deben cumplir m, k y ω para que la bolita realice un movimiento armónico simple a lo largo de la barra?

(b) Determine la compresión del resorte como función del tiempo.

P3

Hay un hilo enrollado alrededor de un cilindro de radio R. En la punta del hilo hay un cuerpo de masa m que se suelta, cuando $\phi = 0$, con velocidad inicial $\vec{v}(t = 0) = -v_0\hat{\rho}$, perpendicular al hilo, lo que determina que el hilo se comienza a enrollar. La distancia inicial entre el cuerpo y el punto B de tangencia del hilo con el cilindro es L_0.
Nota: Las coordenadas cilíndricas en este problema persiguen al punto de tangencia B, y es conveniente escribir el vector posición como: $\vec{r} = R\hat{\rho} + L(t)\hat{\phi}$.

(a) Determine la ecuación de movimiento para la distancia $L(t)$ correspondiente a la longitud de hilo que queda por enrollar en el tiempo t (distancia entre los puntos B y la posición de la masa).

(b) Obtenga la velocidad angular $\dot{\phi}$ en función de ϕ.

(c) Suponiendo que el hilo se corta si la tensión sobrepasa el valor T_{max}, obtenga el valor de ϕ en el momento del corte.

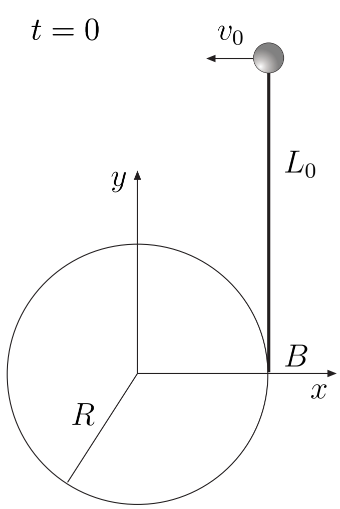

Fig. P3a

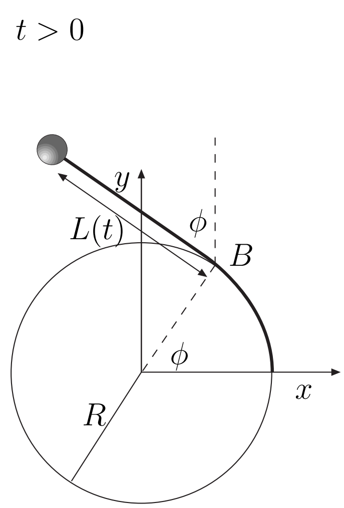

Fig. P3b

Aceleración en coordenadas cilíndricas

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\hat{\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{k}$$

Radio de Curvatura

$$\rho = \frac{v^3}{\|\vec{v} \times \vec{a}\|} = \frac{v^2}{\|\vec{t} \times \vec{a}\|}$$