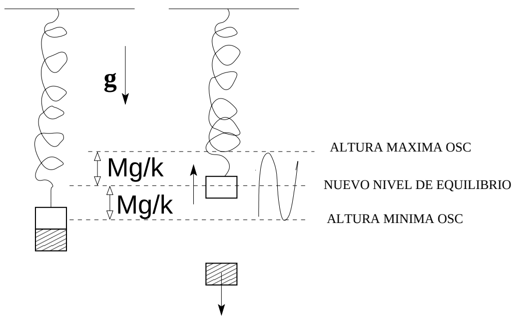
FI1A2: SISTEMAS NEWTONIANOS - Primavera 2007
Departamento de Física - FCFM, Universidad de Chile
CONTROL 1 (PAUTA)

PROBLEMA No 1 (Sol. por H. Arellano)



• La elongación inicial del resorte en equilibrio: $k\Delta = 2Mg \rightarrow \Delta = 2Mg/k$.
• Una vez suelto B, este cae libremente. Su avance será $\Delta y = \frac{1}{2}g(T/2)^2$, con T el período de oscilación de A:

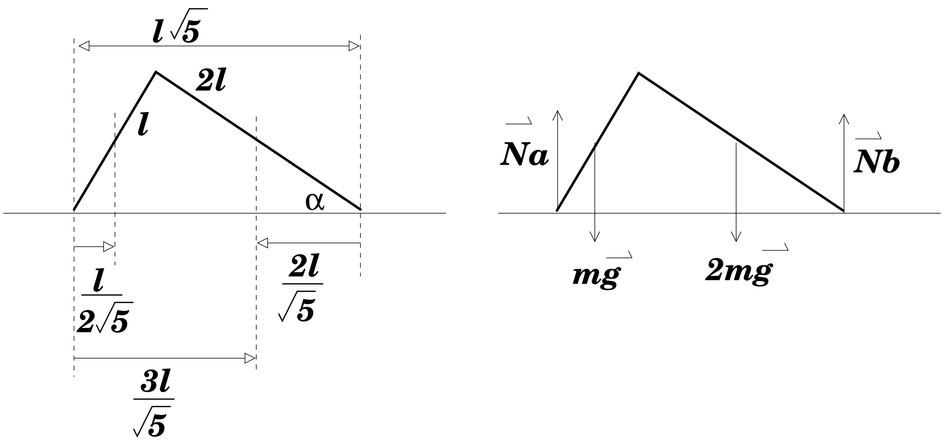
$$\omega^2 = \frac{k}{M} = (\frac{2\pi}{T})^2 \rightarrow (T/2)^2 = M\pi^2/k \Rightarrow \Delta y = \frac{Mg\pi^2}{2k}$$

• Por otra parte, A queda oscilando con respecto a su nuevo punto de equilibrio, dado a una elongación Mg/k; en el primer medio ciclo habrá subido $2Mg/k$.
• B bajando $Mg\pi^2/2k$ y A subiendo $2Mg/k$ lleva a una separación ΔY,

$$\Delta Y = \frac{Mg}{k}\left(2 + \frac{\pi^2}{2}\right) \ .$$

Criterios de evaluación: Los puntos importantes a evaluar son: calcular posición de equilibrio de las dos masas, la nueva posición de equilibrio y determinar de ahi cual es la amplitud de movimiento, calcular el periodo de las oscilaciones y darse cuenta que se necesita medio periodo, aplicar la cinematica de movimiento acelerado.

PROBLEMA No 2 (Sol. por H. Arellano)



• Consideremos segmento corto de la "L"de masa m y longitud l. Entonces el más largo es de masa $2l$ y masa $2m$.
• La geometría es la que se muestra en el diagrama izquierdo de la figura de arriba.
• Newton para las fuerzas verticales (eje positivo hacia arriba):

$$N_a - mg - 2mg + N_b = 0 \Rightarrow N_a + N_b = 3mg$$

• Ecuación de torques (c/r A) para las fuerzas de arriba:

$$\underbrace{\tau_A(\vec{N}_a)}_{0} + \tau_A(m\vec{g}) + \tau_A(2m\vec{g}) + \tau_A(\vec{N}_b) = 0$$

• Usando la geometría inferida, denotando torques positivos en sentido horario, entonces la Ec. de torques da

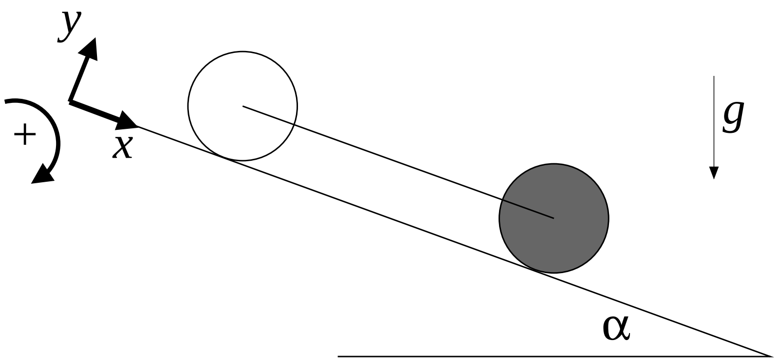
$$0 + mg\left(\frac{l}{2\sqrt{5}}\right) + 2mg\left(\frac{3l}{\sqrt{5}}\right) - l\sqrt{5}N_b = 0 \Rightarrow N_b = 13mg/10$$

• Puesto que $N_a + N_b = 3mg$, entonces $N_a = 17/10$, con lo cual

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{17}{13}$$

Criterios de evaluación: Este problema discrimina a aquellos que ha hecho muchos problemas de aquellos que por primera vez se enfrentan a este tipo de problemas. Los segundos se complican innecesariamente. Luego, no hay que dar mayor puntaje a quien se complica innecesariamente y no llega a la solución. Se debe evaluar que escriban correctamente las ecuaciones de estática (torque-fuerza o torque-torque), que calculen correctamente los torques asociados y que despejen la respuesta.

PROBLEMA No 3 (Sol. por R. Soto)
Llamemos cilindro "1" al que está más abajo y "2" al de más arriba. Para resolver el problema escribimos las ecuaciones de fuerza y torque para cada uno de los cilindros. Usamos un sistema de coordenadas según el cual el eje x es paralelo al plano, apuntando hacia abajo, el eje y es perpendicular al plano, apuntando hacia arriba y consideramos como sentido de giro positivo el de las manecillas del reloj.



Para el cilindro 1, las fuerzas que actúan son su peso $m\vec{g} = mg\sin\alpha\hat{i} - mg\cos\alpha\hat{j}$, su normal $\vec{N}_1 = N_1\hat{j}$, la fuerza de roce estático con el plano $\vec{F}_1 = -F_1\hat{i}$ y la tensión $\vec{T} = -T\hat{i}$. El torque de las fuerzas respecto a su centro de masas es el producido solamente por el roce. Considerando la convención de signo para el giro, $\tau_1 = RF_1$. Luego

$$\begin{aligned} I_1 a/R &= RF_1 && (1)\\ ma &= mg\sin\alpha - T - F_1 && (2)\\ 0 &= N_1 - mg\cos\alpha && (3) \end{aligned}$$

donde se usó que rueda sin resbalar ($\alpha = a/R$).

Para el cilindro 2, las fuerzas que actúan son análogas solo que la tensión apunta en la dirección contraria. Luego

$$\begin{aligned} I_2 a/R &= RF_2 && (4)\\ ma &= mg\sin\alpha + T - F_2 && (5)\\ 0 &= N_2 - mg\cos\alpha && (6) \end{aligned}$$

y se ha usado que como los dos cilindros se mueven juntos, la aceleración es la misma.

Las ecuaciones se pueden despejar de varias formas y la solución para T es

$$T = mg\sin\alpha\frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2 + 2mR^2} \quad (7)$$

Sustituyendo $I_1 = mR^2/2$ e $I_2 = mR^2$ se tiene

$$T = mg \sin \alpha / 7 \tag{8}$$

Criterios de evaluación: Deben escribir correctamente las ecuaciones de torque y fuerza, aplicar la relación cinemática entre aceleración y aceleración angular y darse cuenta que las aceleraciones son iguales. Deben poner todas las fuerzas, incluidas las normales y roce. Finalmente deben saber despejar la tensión.

PROBLEMA No 4 (Selección múltiple): **1C 2C 3C 4A 5B 6D 7A 8B 9B**